UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	MONIQUE SORIANO VITAL
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano" Paulo Freire

Nº Identificador 19014

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19014

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano" Paulo Freire

1) $B \subset A$, $A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 3000\}$, se $x \in B \Rightarrow 2x \notin B$

Então o conjunto B só possui números ímpares.

$a_1 = 1$, $a_n = 2999$; $r = 2$

$2999 = 1 + (n-1) \cdot 2$

$2n - 2 = 2999 - 1$

$2n = 3000$

$n = 1500$

O valor máximo de cardinalidade de B é 1500.

2) (b) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-1-1}{k-1-1} + \binom{n-1-1}{k-1} + \binom{n-1-1}{k-1} + \binom{n-1-1}{k}$

$= \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} =$

$= \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} =$

$= \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} =$

$= \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} +$

$+ \binom{n-4}{k}$

$= \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$

Folha 01

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19014

(3) no cálculo do limite, $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x}$, temos uma indeterminação matemática quando x se aproxima de zero, portanto, usando a regra de L'Hôpital,

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

4) (a) Falso, pois as retas podem ser reversas

(b) Verdadeiro

(c) Verdadeiro

(d) Verdadeiro

(e) Verdadeiro

(f) Verdadeiro

(g) Verdadeiro

(h) Verdadeiro

(i) Verdadeiro

(j) Falso, um contra exemplo é o sistema cartesiano, onde o plano yOz é perpendicular ao plano xOy, e o plano xOz é perpendicular ao plano xOy, mas os planos xOz e yOz ~~são~~ não são paralelos e sim perpendiculares

Folha 02

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19014

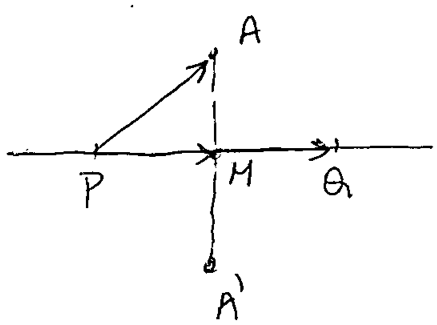
3) Se A' é simétrico a A em relação a reta PQ então os vetores $\overrightarrow{AA'}$ e $\overrightarrow{PQ}$ são ortogonais, portanto,

$$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{PQ} = 0$$

$$(x_{A'} - x_A, y_{A'} - y_A) \cdot (x_Q - x_P, y_Q - y_P) = 0$$

$$(x_{A'} - x_A)(x_Q - x_P) + (y_{A'} - y_A) \cdot (y_Q - y_P) = 0$$

$$\left(\frac{y_{A'} - y_A}{x_{A'} - x_A}\right) \cdot \left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right) = -1$$



Vamos encontrar o vetor $\overrightarrow{PM}$ que é a projeção ortogonal do vetor $\overrightarrow{PA}$ sobre o vetor $\overrightarrow{PQ}$. Assim, teremos que M é o ponto médio do segmento $\overline{AA'}$.

$$M\left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2}\right) \text{ então } \overrightarrow{PM} = \left(\frac{x_A + x_{A'} - 2x_P}{2}, \frac{y_A + y_{A'} - 2y_P}{2}\right) \quad (1)$$

Calculando a projeção ortogonal citada,

$$\overrightarrow{PM} = \left(\frac{\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PQ}}{\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{PQ}}\right)\overrightarrow{PQ} = \left[\frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P) + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}\right](x_Q - x_P, y_Q - y_P)$$

$$\overrightarrow{PM} = \left(\frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P)^2 + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)(x_Q - x_P)}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}, \frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P)(y_Q - y_P) + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)^2}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}\right) \quad (2)$$

Folha 03

De (1) e (2) temos,

$$\frac{x_A + x_{A'} - 2x_P}{2} = \frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P)^2 + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)(x_Q - x_P)}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$

Portanto a coordenada x de A' é,

$$x_{A'} = 2x_P - x_A + 2\left[\frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P)^2 + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)(x_Q - x_P)}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}\right]$$

e temos que,

$$\frac{y_A + y_{A'} - 2y_P}{2} = \frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P)(y_Q - y_P) + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)^2}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$

Portanto a coordenada y de A' é:

$$y_{A'} = 2y_P - y_A + 2\left[\frac{(x_A - x_P)(x_Q - x_P)(y_Q - y_P) + (y_A - y_P)(y_Q - y_P)^2}{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}\right]$$