UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: MARCELA MELO AMORIM

Frase: "Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda" Paulo Freire

Nº Identificador: 19021

"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Questão 01: Se $x \in B$ implica em $2x \notin B$, isso faz com que todo número natural que é dobro de alguém não pertença ao conjunto B. Além disso, $B \subset A$, logo B ~~está contido no~~ SEM EFEITO pode conter conjunto de todos os ímpares menores do que 3000. Com isso, retiramos os múltiplos de 2 que não são múltiplos de 4. Acrescenta-se então os múltiplos de 4 que não são múltiplos de 8, pois são os dobros do que não entraram. Com isso, retira-se os múltiplos de 8 ~~16~~ que não são múltiplos de 16. E assim por diante... Então o conjunto B com máxima cardinalidade é formado pelos nº ímpares, e pelos pares da forma $2^{2k} \cdot p$, sendo que $k \leq 5$, já que $2^{2 \cdot 6} > 3000$.

ímpares $= \{1, 3, 5, ... 2999\} \rightarrow$ 1500 elementos

$2^2 \cdot p =$ ~~{4, 12, ...}~~ $\{4, 12, 20, ... 2996\} \rightarrow$ 375 elementos

$2^4 \cdot p = \{16, 48, 80, ... 2992\} \rightarrow$ 94 elementos

$2^6 \cdot p = \{64, 192, 320, ... 2880\} \rightarrow$ 23 elementos

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19021

$2^8 \cdot p = \{256, 768, 1280, \dots 2816\} \to 6$ elementos

$2^{10} \cdot p = \{1024\} \to 1$ elemento.

Logo, a cardinalidade máxima de B é:

$1500 + 375 + 94 + 23 + 6 + 1 = \boxed{1999}$

Questão 02: (a) (1ª) Numa sala com 8 alunos, dentre eles, Jonas, quantas comissões pode-se formar com 4 dentre esses alunos?

(2º) O número de comissões é: $\binom{8}{4} = \frac{8!}{4!4!} = \boxed{70}$

(3º) Pode-se pensar também nas comissões que Jonas pertence $\binom{7}{3} = 35$ e somar com as que ele não pertence $\binom{7}{4} = 35$, ou seja $35 + 35 = 70$

(b) $\left[\binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3}\right] + \left[3\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2}\right] + \left[3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1}\right] +$

$\left[\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}\right] = \left[\binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2}\right] + \left[2\binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-1}\right] +$

$\left[\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}\right] = \left[\binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1}\right] + \left[\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}\right] =$

$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$

$$=\left[\binom{n-2}{k-2}+\binom{n-2}{k-1}\right]+\left[\binom{n-2}{k-1}+\binom{n-2}{k}\right]=\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\binom{n}{k}$$

~~(a) (1ª) Numa sala temos 6 alunos, dentre eles, Jonas. Quantas comissões pode-se formar com 4 desses alunos?~~

SEM EFEITO

~~(2ª) O número de comissões é: $\binom{6}{4}=\frac{6!}{4!2!}=\boxed{15}$~~

~~(3ª) Pode-se pensar ~~também~~ nas comissões que Jonas pertence $\binom{5}{3}=10$ e somar com as comissões que Jonas não pertence $\binom{5}{4}=5$, ou seja, $10+5=\boxed{15}$~~

(c) Voltando ao problema anterior, suponha que além de Jonas, tenha 3 garotos e 4 garotas.

O número de comissões formadas podem ser calculado utilizando o número de garotos:

Com nenhum garoto: $\binom{4}{0}=1$

Com 1 garoto (e três garotas) $=\binom{4}{3}\cdot\binom{4}{1}=4\cdot4=16$

Com 2 garotos (e duas garotas) $=\binom{4}{2}\cdot\binom{4}{2}=6\cdot6=36$

Com 3 garotos (e 1 garota) $=\binom{4}{1}\cdot\binom{4}{3}=4\cdot4=16$

Com 4 garotos $=\binom{4}{4}=1$

Logo, o nº total é: $1+16+16+36+1=\boxed{70}$

Questão 03: $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = ?$

A indeterminação $\frac{0}{0}$ é um dos casos que se aplica L'Hopital, logo:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \boxed{1}$$

Questão 04:

(a) F, podem ser reversas

(b) F, podem ser reversas

(c) F, podem ser reversas

(d) V

(e) F, podem ser reversas

(f) V

(g) V

(h) V

(i) V

(j) F, podem ser perpendiculares

Questão 05: Para que A' seja simétrico do ponto A, em relação à reta PQ, a reta PQ é a mediatriz dos pontos A e A'. Seja M o ponto médio de $\overline{AA'}$.

Então a equação da reta $\overleftrightarrow{PQ}$ é: $y - y_P = a(x - x_P)$ onde $a = \dfrac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}$. Por outro lado a reta perpendicular a $\overleftrightarrow{PQ}$ e que passa por A tem equação: $y - y_A = -\dfrac{1}{a}(x - x_A)$. O ponto de interseção das 2 retas é M, logo:

$$y_P + a(x_m - x_P) = -\frac{1}{a}(x_m - x_A) \Rightarrow x_m\left(a + \frac{1}{a}\right) = \frac{x_A}{a} - y_P + a x_P$$

$$x_m(a^2+1) = x_A - a y_P + a^2 x_P$$

$$\frac{x_A + x_A'}{2} = \frac{x_A - a y_P + a^2 x_P}{a^2+1} \Rightarrow \boxed{x_A' = \frac{2(x_A - a y_P + a^2 x_P)}{a^2+1} - x_A}$$

$$y_m - y_P = a\left(\frac{x_A - a y_P + a^2 x_P}{a^2+1} - x_P\right)$$

$$\frac{y_A + y_A'}{2} = a\left(\frac{x_A - a y_P + a^2 x_P}{a^2+1} - x_P\right) + y_P$$

onde $a = \dfrac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}$

$$\boxed{y_A' = 2a\left(\frac{x_A - a y_P + a^2 x_P - x_P}{a^2+1}\right) + 2y_P - y_A}$$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19011.

$2^8 \cdot p = \{256, 768, 1280, \ldots 2816\} \to 6$ elementos

$2^{10} \cdot p = \{1024\} \to 1$ elemento

Logo, a cardinalidade máxima de B é:

$1500 + 375 + 94 + 23 + 6 + 1 = \boxed{1999}$

SEM EFEITO

Questão 02:

sem efeito.

(a) (1ª) Numa sala temos 5 alunos, dentre eles, Jonas. Quantas comissões podemos formar com 3 dentre esses 5 alunos?

(2ª) O número de comissões é: $\binom{5}{3} = \frac{5!}{3!\,2!} = \boxed{10}$

(3ª) Pode-se pensar também nas comissões que Jonas pertence $\binom{4}{2}$ e somar com as comissões que Jonas não pertence $\binom{4}{3}$, ou seja, $\binom{4}{2} + \binom{4}{3} = 6 + 4 = \boxed{10}$

(b) $\left[\binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3}\right] + \left[3\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2}\right] + \left[3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1}\right] + \left[\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}\right] = \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} =$

$= \left[\binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2}\right] + \left[2\binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-1}\right] + \left[\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}\right]$

$= \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} =$

Folha 06