UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: DIOGO BASTOS DOS SANTOS

Frase: "Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes". Paulo Freire

Nº Identificador: 19029

"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes".
Paulo Freire.

1) Nota-se que B não possui números pares, pois números do formato $2x$ ($x \in B$) não pertencem a B. Portanto, se quisermos construir B, de modo que ele possua a maior quantidade de elementos possíveis, fazendo com que o mesmo tenha o valor máximo de cardinalidade, basta construí-lo com todos os números ímpares que pertencem ao conjunto A.

Vale ressaltar que ao construirmos B dessa maneira, estaremos respeitando a condição $x \in B \Rightarrow 2x \notin B$.

Logo, o valor máximo da cardinalidade de B é 1500.

2-a)

$$\binom{n-1}{k-1}+\binom{n-1}{k}=\frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!}+\frac{(n-1)!}{k!\,(n-k-1)!}=$$

$$=\frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k-1)!}\cdot\left[\frac{1}{(n-k)}+\frac{1}{k}\right]=\frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k-1)!}\cdot\frac{n}{(n-k)\cdot k}=$$

$$=\frac{n\cdot(n-1)!}{k\cdot(k-1)!\,(n-k)(n-k-1)!}=\frac{n!}{k!\,(n-k)!}=\binom{n}{k}.$$

2 - b Basta utilizar a relação do item (a) repetidas vezes.

$$\binom{m}{k} = \binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{k} = \binom{m-2}{k-2} + \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k} =$$

$$= \binom{m-2}{k-2} + 2 \cdot \binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k} =$$

$$= \binom{m-3}{k-3} + \binom{m-3}{k-2} + 2 \cdot \left[\binom{m-3}{k-2} + \binom{m-3}{k-1}\right] + \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k} =$$

$$= \binom{m-3}{k-3} + 3 \cdot \binom{m-3}{k-2} + 3 \cdot \binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k} =$$

$$= \binom{m-4}{k-4} + \binom{m-4}{k-3} + 3\left[\binom{m-4}{k-3} + \binom{m-4}{k-2}\right] + 3 \cdot \left[\binom{m-4}{k-2} + \binom{m-4}{k-1}\right] + \binom{m-4}{k-1} +$$

$$+ \binom{m-4}{k} = \binom{m-4}{k-4} + 4\binom{m-4}{k-3} + 6\binom{m-4}{k-2} + 4 \cdot \binom{m-4}{k-1} + \binom{m-4}{k} \;//$$

4) a) Falso, pois r e s podem ser reversas.

b) Falso, pois r e s podem ser reversas.

c) Falso, pois t pode pertencer a um plano paralelo ao plano que contém as retas r e s.

d) Verdadeiro.

e) Verdadeiro.

f) Falso, pois os planos podem ser coincidentes.

g) Verdadeiro.

h) Verdadeiro.

i) Verdadeiro.

j) Verdadeiro

5) • Reta PQ

$$\frac{Y_Q - Y_P}{X_Q - X_P} = \frac{Y - Y_P}{X - X_P} \Rightarrow Y = \frac{(Y_Q - Y_P)X - (Y_Q - Y_P)X_P + (X_Q - X_P)Y_P}{(X_Q - X_P)} \qquad (\mathrm{I})$$

• Reta r que passa por A e é perpendicular à reta PQ

$$\frac{X_P - X_Q}{Y_Q - Y_P} = \frac{Y - Y_A}{X - A} \Rightarrow Y = \frac{(X_P - X_Q)X - (X_P - X_Q)X_A + (Y_Q - Y_P)Y_A}{(Y_Q - Y_P)} \qquad (\mathrm{II})$$

• Interseção entre reta PQ e reta r (I) = (II)

$$\frac{(Y_Q - Y_P)X - (Y_Q - Y_P)X_P + (X_Q - X_P)Y_P}{(X_Q - X_P)} = \frac{(X_P - X_Q)X - (X_P - X_Q)X_A + (Y_Q - Y_P)Y_A}{(Y_Q - Y_P)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow X = \frac{(X_Q - X_P)(Y_Q - Y_P)(Y_A - Y_P) + (Y_Q - Y_P)^2 X_P + (X_Q - X_P)^2 X_A}{(Y_Q - Y_P)^2 + (X_Q - X_P)^2} \;/\!\!/$$

Portanto, $X_A' = 2 \cdot \left[\frac{(X_Q - X_P)(Y_Q - Y_P)(Y_A - Y_P) + (Y_Q - Y_P)^2 X_P + (X_Q - X_P)^2 X_A}{(Y_Q - Y_P)^2 + (X_Q - X_P)^2}\right] - X_A$.

Analogamente, temos

$$Y = (Y_Q - Y_P) \cdot \left[\frac{(X_Q - X_P)(Y_Q - Y_P)(Y_A - Y_P) + (Y_Q - Y_P)^2 X_P + (X_Q - X_P)^2 X_A}{(X_Q - X_P)(Y_Q - Y_P)^2 + (X_Q - X_P)(\cancel{X}_Q - \cancel{X}_P)^2}\right] + \frac{(X_Q - X_P)Y_P - (Y_Q - Y_P)X_P}{(X_Q - X_P)}$$

Por praticidade, chamaremos essa última equação de K.

Portanto, $Y_A' = 2 \cdot K - Y_A$.

Onde, X_A' e Y_A' são as coordenadas do ponto A'.