UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	CAMILA LORENA MARTINS SAJNIN
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano" Paulo Freire

Nº Identificador 19051

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19051

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano" Paulo Freire

1) $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$

$B \subset A$ e $x \in B \Rightarrow 2x \notin B$

$2x$ são os números pares, já que $x \in \mathbb{N}^*$

Logo, todos os ímpares pertencem a B.

Como temos $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, \ldots\}$, $x \in \mathbb{N}^*$ e $x \leq 3.000$, o conjunto A tem 3.000 elementos. (1500 números pares e 1500 números ímpares

750 números
$1 \in B \Rightarrow 2 \notin B$
$3 \in B \Rightarrow 6 \notin B$
$5 \in B \Rightarrow 10 \notin B$
$\ldots$
$1499 \in B \Rightarrow 2998 \notin B$

$1501 \in B \Rightarrow 3002 \notin B$ → mas 3002 não pertence a B, pois 3002 > 30

Logo, 750 números ímpares possuem seu dobro no conjunto A

Então, 750 números pares que são dobros de números ímpares não vão pertencer ao conjunto B.

Temos que analisar os números que são dobros de números pares. Esses números são da forma $4x$.

$4 \in B \Rightarrow 8 \notin B$
$16 \in B \Rightarrow 32 \notin B$
$20 \in B \Rightarrow 40 \notin B$
$24 \in B \Rightarrow 48 \notin B$

Se $4x \in B \Rightarrow 8x \notin B$

No conjunto A possuem 750 números da forma $4x$, porém alguns desses números são da forma $8x$, então não pertencem a B. Existem 375 da forma $8x$.

Então, o valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir é:

$$\underbrace{750}_{\text{nº ímpares}} + \underbrace{375}_{} = 1125$$

↳ nº pares diferentes de $2x$ e $8x$

Folha 1

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19051

(2) a) 1º Numa sala existem 5 homens e 2 mulheres. De quantas formas podemos formar grupos de 4 pessoas com 2 mulheres.

2º 7 pessoas, 2 mulheres

$$\binom{7}{2} = \frac{7.6.\cancel{5!}}{\cancel{5!}.2!} = \frac{7.6}{2} = 7.3 = \underline{21}$$

3º Ou podemos pensar em tirar um homem do grupo, esse homem poderia estar em 6 grupos diferentes. As pessoas restantes fariamos $\binom{6}{2}$ 6 pessoas, 2 mulheres. Ou seja, para descobrir de quantas formas vamos somar esses casos:

$$\binom{6}{1} + \binom{6}{2} = \frac{6.\cancel{5!}}{\cancel{5!}.1} + \frac{6.5.\cancel{4!}}{\cancel{4!}.2!} = 6 + \frac{6.5}{2} = 6 + 3.5$$

$$= 6 + 15 = \underline{21}$$

b) $$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$\binom{n-1}{k-1} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} \quad e \quad \binom{n-1}{k} = \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

Então,

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

$$\binom{n-2}{k-2} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} \quad e \quad \binom{n-2}{k-1} = \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} \quad e \quad \binom{n-2}{k} = \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

Então,

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\left(\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}\right) + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n-3}{k-3} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} \quad e \quad \binom{n-3}{k-2} = \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2}$$

Folha 2

continuação na folha 3

(2) continuação letra b)

$$\binom{n-3}{k-1} = \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} \quad e \quad \binom{n-3}{k} = \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

Então:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\left(\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2}\right) + 3\left(\binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1}\right) + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

c) $\binom{7}{2} = \binom{7}{5}$

$$\binom{7}{5} = \binom{3}{1} + 4\binom{3}{2} + 6\binom{3}{3} + 4\binom{3}{4} + \binom{3}{5}$$

$$\binom{7}{5} = \frac{3.\cancel{2!}}{\cancel{2!}\,1} + \frac{4.3.\cancel{2!}}{\cancel{2!}.1} + 6.\frac{\cancel{3!}}{\cancel{3!}} + 4. \;0 + 0$$

$$\binom{7}{5} = 3 + 12 + 6 = \underline{21}$$

(3) Não sei fazer a demonstração formal, mas poderiamos mostrar que a afirmação é verdadeira utilizando a regra de L'Hospital

$$\lim_{x\to 0} \operatorname{sen}(x) = 0 \quad e \quad \lim_{x \to 0} x = 0$$

Então, $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sen}(x)}{x}$ seria $\dfrac{0}{0}$ que é indeterminado. Nesse caso podemos aplicar L'Hospital

$$\frac{d}{dx}\operatorname{sen}(x) = \cos(x)$$

$$\frac{d}{dx} x = 1$$

Então,

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{\cos(x)}{1} = \cos(0) = \underline{1}$$

Setor Curricular: Matemática

Nº 19051

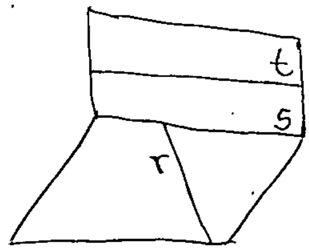
(4)

a) Falso, r e s podem ser retas reversas.

b) Falso, r e s podem ser retas reversas.

c) Falso, r e t podem não estar no mesmo plano, serem retas reversas.

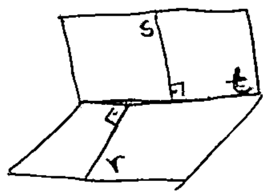
Contra-exemplo:



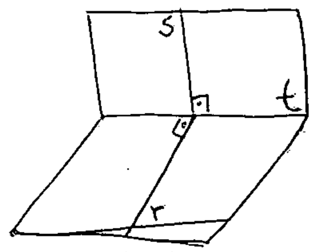
d) Verdadeira

e) Falso, r e s podem ser retas reversas ou perpendiculares

Contra-exemplo:



reversas



perpendiculares

f) Verdadeiro

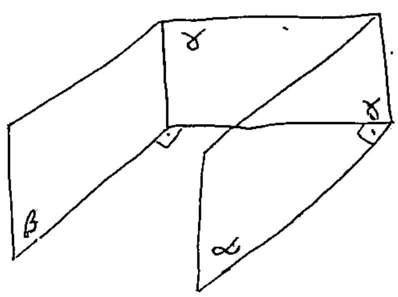
g) Verdadeiro

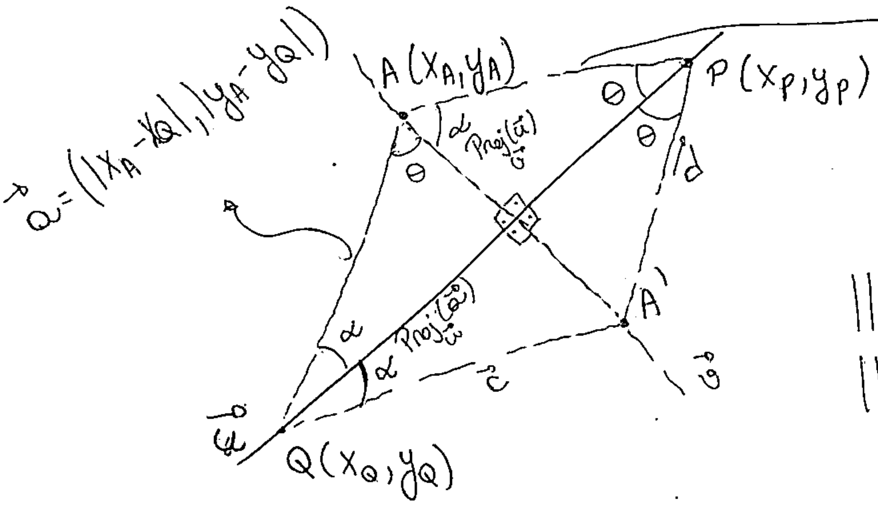
h) Verdadeiro

i) Verdadeiro

j) Falso, α e β podem ser paralelos.

Contra-exemplo:





$\vec{b} = (|x_A - x_P|, |y_A - y_P|)$

$\vec{u} = (|x_P - x_Q|, |y_P - y_Q|)$

$$||\vec{u}|| = \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2}$$

$$||\vec{u}|| = \sqrt{x_P^2 - 2x_P x_Q + x_Q^2 + y_P^2 - 2y_P y_Q + y_Q^2}$$

$$||\vec{a}|| = \sqrt{(x_A - x_Q)^2 + (y_A - y_Q)^2}$$

$$||\vec{a}|| = \sqrt{x_A^2 - 2x_A x_Q + x_Q^2 + y_A^2 - 2y_A y_Q + y_Q^2} = ||\vec{c}||$$

$$||\vec{b}|| = \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2}$$

$$||\vec{b}|| = \sqrt{x_A^2 - 2x_A x_P + x_P^2 + y_A^2 - 2y_A y_P + y_P^2} = ||\vec{d}||$$

$$Proj_{\vec{u}}(\vec{a}) = \left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{u}}{||\vec{u}||^2}\right) \cdot \vec{u}$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{u}}{||\vec{a}|| \cdot ||\vec{u}||}\right) \quad e \quad \theta = \arccos\left(\frac{\vec{b} \cdot \vec{u}}{||\vec{b}|| \cdot ||\vec{u}||}\right)$$

$$\vec{v} \perp \vec{u} \Rightarrow \vec{v} \cdot \vec{u} = 0$$

Se o vetor $\vec{u}$ for o eixo y do plano cartesiano $A' = (-x_A, y_A)$
Se o vetor $\vec{u}$ for o eixo x do plano cartesiano $A' = (x_A, -y_A)$
Se o vetor $\vec{u}$ for paralelo ao eixo y, $x_P = x_Q$ e $A' = (|2x_A - x_P|, y_A)$
Se o vetor $\vec{u}$ for paralelo ao eixo x, $y_P = y_Q$ e $A' = (x_A, |2y_A - y_P|)$