UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: RENATA SANTOS LOPES CEREJA

Frase: "Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Reescreva a frase: "SE A EDUCAÇÃO SOZINHA NÃO TRANSFORMA A SOCIEDADE, SEM ELA TAMPOUCO A SOCIEDADE MUDA." PAULO FREIRE

Nº Identificador: 19056

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19056

"SE A EDUCAÇÃO SOZINHA NÃO TRANSFORMA A SOCIEDADE, SEM ELA TAMPOUCO A SOCIEDADE MUDA." PAULO FREIRE

$1 \in B \Rightarrow 2 \notin B \Rightarrow 4 \in B$
$3 \in B \Rightarrow 6 \notin B \Rightarrow 12 \in B$
$4 \in B \Rightarrow 8 \notin B \Rightarrow 16 \in B$
$5 \in B \Rightarrow 10 \notin B \Rightarrow 20 \in B$
$7 \in B \Rightarrow 14 \notin B \Rightarrow 28 \in B$
$9 \in B \Rightarrow 18 \notin B$
$11 \in B \Rightarrow 22 \notin B$
$12 \in B \Rightarrow 24 \notin B$

1) $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$

$B \subset A$

$x \in B \Rightarrow 2x \notin B$

I) COMO $2x$ É UM NÚMERO PAR, TODOS OS NÚMEROS ÍMPARES (MENORES QUE x) PODEM PERTENCER AO CONJUNTO B, ~~NOS FORN~~ (SEM EFEITO) FORNECENDO

$$\frac{2999-1}{2} + 1 \text{ ELEMENTOS}$$

$\frac{2998}{2} + 1$

$1499 + 1$

$\boxed{1500 \text{ ELEMENTOS}}$

~~II) SE TODOS OS ÍMPARES (MENORES QUE 3000) PERTENCEM AO CONJUNTO B, O DOBRO DESSES NÚMEROS, QUE FOREM MENORES QUE 3000, NÃO ESTARÃO NO CONJUNTO. OU SEJA, O DOBRO DOS NÚMEROS 2k+1, COM k ∈ N E k ≤ 749, NÃO FARÃO PARTE DO CONJUNTO.~~

$3000 \div 2 = 1500$, resto 0

$2k + 1 = 1499$
$2k = 1498$
$k = 749$

~~$\frac{1499-1}{2} + 1$ ELEMENTOS FORA DO CONJUNTO~~

~~750 ELEMENTOS FORA DO CONJUNTO~~

SEM EFEITO

II) OS NÚMEROS PARES QUE PERTENCEM AO CONJUNTO SÃO MÚLTIPLOS DE 4. SUPONDO QUE TODO NÚMERO DA FORMA $2k+1 \in B$, COM $k \in \mathbb{N}$ e $k < 1500$, TEMOS

$$2k+1 \in B \Rightarrow 2(2k+1) \notin B \Rightarrow \underbrace{2(2(2k+1))}_{4.(2k+1)} \in B$$

ISTO NOS FORNECE

$$\frac{3000-4}{4} + 1 \text{ ELEMENTOS}$$

$\frac{3000-4}{4} + 1 =$

$\frac{3000-4+4}{4} = \frac{3000}{4} = 750$

$\boxed{750 \text{ ELEMENTOS}}$

Folha 1

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular
MATEMÁTICA

Nº 19056

① (CONTINUAÇÃO)

LOGO, DE (I) E (II) TEMOS QUE A MAIOR CARDINALIDADE QUE B PODE ASSUMIR É

$$1500 + 750 = \underline{2250}$$

④ r, s e t RETAS DISTINTAS
α, β e γ PLANOS DISTINTOS

(a) FALSA. SÓ PODEMOS AFIRMAR QUE SÃO PARALELAS SE EXISTIR UM PLANO QUE CONTENHA AS DUAS RETA, r e s.

(b) FALSA. r e s SÓ IRÃO SE INTERSECTAR SE HOUVER UM PLANO QUE CONTENHA ESTAS DUAS RETAS.

(c) FALSA. r SÓ CORTARÁ t SE t ESTIVER CONTIDA NO MESMO PLANO QUE r.

(d) VERDADEIRA

(e) FALSA. r e s SÓ SERÃO PARALELAS SE EXISTIR UM PLANO QUE CONTENHA ESTAS DUAS RETAS.

(f) VERDADEIRA
(g) VERDADEIRA
(h) VERDADEIRA
(i) VERDADEIRA
(j) VERDADEIRA

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ **Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.**	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19056

(3)

~~$\int$~~ (SEM EFEITO)

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x}$$

Como $\lim\limits_{x \to 0} \operatorname{sen}(x) = 0$ E $\lim\limits_{x \to 0} x = 0$, UTILIZAREMOS L'HÔPITAL.

$$\cancel{\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x)}{1}}$$ (SEM EFEITO)

POR L'HÔPITAL

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} \overset{\downarrow}{=} \lim_{x \to 0} \frac{[\operatorname{sen}(x)]'}{x'} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x)}{1} = \lim_{x \to 0} \cos(x)$$

LOGO,

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = 1 \quad //$$

(2) (b)

(I) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

(II) $\binom{n-1}{k-1} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1}$

(III) $\binom{n-2}{k-2} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2}$

(IV) $\binom{n-3}{k-3} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3}$

V $$\binom{n-1}{k} = \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

VI $$\binom{n-2}{k-1} = \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}$$

VII $$\binom{n-3}{k-2} = \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2}$$

VIII $$\binom{n-2}{k-1} = \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}$$

IX $$\binom{n-3}{k-1} = \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1}$$

~~X~~ $$\binom{n-2}{k} = \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

XI $$\binom{n-3}{k} = \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

DE I, II e V, TEMOS

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular
MATEMÁTICA

Nº 19056

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

UTILIZANDO III, VI e X NA EQUAÇÃO ACIMA, TEMOS:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

UTILIZANDO IV e VII NA EQUAÇÃO ACIMA, TEMOS:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

UTILIZANDO IX NA EQUAÇÃO ACIMA, TEMOS:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

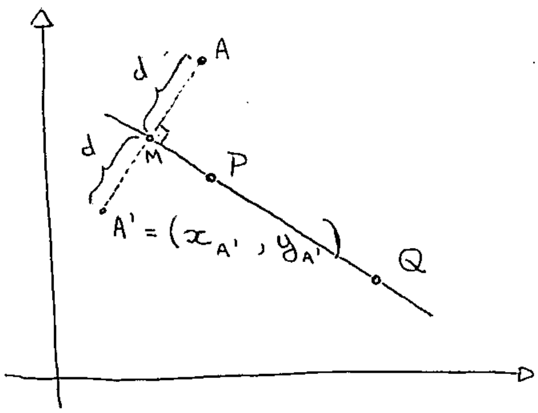
UTILIZANDO XI NA EQUAÇÃO ACIMA, TEMOS

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

LOGO,

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}.$$

(5)



$\overleftrightarrow{PQ}$: RETA PQ / $\overleftrightarrow{AA'}$: RETA AA' / $\overline{AA'}$: SEGMENTO AA'

A' SIMÉTRICO DE A EM RELAÇÃO À $\overleftrightarrow{PQ}$.

LOGO, $\overleftrightarrow{PQ}$ É MEDIATRIZ DE $\overline{AA'}$.

SEJA M O PONTO MÉDIO DE $\overline{AA'}$.

$M \in \overleftrightarrow{PQ}$.

POR M SER PONTO MÉDIO DE $\overline{AA'}$,

TEMOS : $M = \left(\dfrac{x_A + x_{A'}}{2}, \dfrac{y_A + y_{A'}}{2}\right)$.

~~Reta $\overrightarrow{PQ}$~~ (SEM EFEITO)

- $\overleftrightarrow{PQ}$

$$\begin{cases} y_P = a x_P + b \\ y_Q = a x_Q + b \end{cases}$$

$$y_P - y_Q = a.(x_P - x_Q)$$

$$\boxed{a = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}}$$

$$y_P = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} . x_P + b$$

$$b = y_P - \frac{x_P.(y_P - y_Q)}{x_P - x_Q}$$

$$b = \frac{\cancel{y_P x_P} - y_P x_Q - \cancel{x_P y_P} + x_P y_Q}{x_P - x_Q}$$

(I) $$y = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} . x + \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}$$

COMO $\overleftrightarrow{PQ}$ É MEDIATRIZ DE $\overline{AA'}$, $\overleftrightarrow{PQ}$ É PERPENDICULAR A $\overleftrightarrow{AA'}$. LOGO

- $\overleftrightarrow{AA'}$: $y = -ax + c$

(II) $\cancel{y = -\dfrac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} . x + \dfrac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}}$ (SEM EFEITO)

~~COMO $M \in \overleftrightarrow{PQ}$ E $M \in \overleftrightarrow{AA'}$,~~

~~TEMOS, DE (I) E (II) QUE~~ (SEM EFEITO)

$\cancel{\dfrac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} . \left(\dfrac{x_A + x_{A'}}{2}\right)}$ (SEM EFEITO)

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: MATEMÁTICA

Nº 19056.

~~Como $M \in \overleftrightarrow{PQ}$ e $M \in \overleftrightarrow{AA'}$, temos, de I e II que~~

$$\cancel{\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}\right) = -\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}\right)} \Rightarrow$$

$$\cancel{2 \cdot \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right) \cdot \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}\right) = 0} \Rightarrow$$

$$\cancel{x_A \cdot \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right) + x_{A'} \cdot \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right) = 0} \Rightarrow$$

$$\cancel{x_{A'} \cdot \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right) = -x_A \cdot \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right)}$$ SEM EFEITO

Como $M \in \overleftrightarrow{PQ}$, temos

$$\frac{y_A + y_{A'}}{2} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}\right) + \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}.$$

$$y_A + y_{A'} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot (x_A + x_{A'}) + 2 \cdot \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}$$

$$\text{II} \quad y_{A'} = \underbrace{\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}}_{a} \cdot (x_A + x_{A'}) + 2 \cdot \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q} - y_A$$

Como $A \in \overleftrightarrow{AA'}$

$$y_A = -\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot x_A + C$$

$$y_A + \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot x_A = C$$

LOGO, A RETA $\overleftrightarrow{AA'}$ É DEFINIDA POR:

$$y = -\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot x + y_A + \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot x_A$$

$$y = \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right) \cdot (x_A - x) + y_A$$

Como $A' \in \overleftrightarrow{AA'}$

(III) $$y_{A'} = \overbrace{\left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right)}^{a} \cdot (x_A - x_{A'}) + y_A$$

DE (II) e (III) TEMOS

$$a \cdot (x_A + x_{A'}) + 2 \cdot \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q} - y_A = a \cdot (x_A - x_{A'}) + y_A$$

$$\cancel{a x_A} + a x_{A'} - \cancel{a x_A} + a x_{A'} = y_A + y_A - 2 \cdot \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}$$

Setor Curricular MATEMÁTICA

Nº 19056

$$2a\,x_{A'} = 2y_A - 2.\frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}$$

$$a.\,x_{A'} = y_A - \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}$$

$$x_{A'} = \frac{y_A}{a} - \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}\cdot\frac{1}{a}$$

LOGO

$$\boxed{x_{A'} = y_A\cdot\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q} - \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{y_P - y_Q}}$$

E DE II TEMOS

$$y_{A'} = a.\left(x_A + \cancel{x_A}\ \frac{y_A}{a} - \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}\cdot\frac{1}{a}\right) + 2\left(\frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}\right) - y_A$$

$$y_{A'} = a\,x_A + \cancel{y_A} - \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q} + 2.\frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q} - \cancel{y_A}$$

$$\boxed{y_{A'} = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\cdot x_A + \frac{x_P y_Q - y_P x_Q}{x_P - x_Q}}$$