UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	RODRIGO CARDOSO DOS SANTOS
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Nº Identificador 19064

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19064

Questão 1) A cardinalidade máxima que B pode assumir é obtida da seguinte maneira:

$X = \{1501, \ldots, 3000\}$, número de elementos: $3000 - 1501 + 1 = 1500$

$1500 \div 2 = 750$, resto 0 e $750 \div 2 = 375$, resto 0

$Y = \{376, \ldots, 750\}$, número de elementos: $750 - 376 + 1 = 375$

$376 \div 2 = 188$, resto 0 e $186 \div 2 = 93$, resto 0

$Z = \{94, \ldots, 187\}$, número de elementos: $187 - 94 + 1 = 94$

$94 \div 2 = 47$, resto 0 e $46 \div 2 = 23$, resto 0

$W = \{24, \ldots, 46\}$, número de elementos: $46 - 24 + 1 = 23$

$24 \div 2 = 12$, resto 0 e $11 \div 2 = 5$, resto 1

$H = \{6, \ldots, 11\}$, número de elementos: $11 - 6 + 1 = 6$

$6 \div 2 = 3$, resto 0 e $2 \div 2 = 1$, resto 0

$I = \{2\}$, número de elementos: 1

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19064

Dessa forma, para que B tenha cardinalidade máxima, ele deve ser definido como:

$$B = X \cup Y \cup Z \cup W \cup H \cup I$$

E tem cardinalidade:

$$\#B = 1500 + 375 + 94 + 23 + 6 + 1$$

$$\cancel{= 1875 + 117 + 30}$$

$$\#B = 1875 + 117 + 7 = 1875 + 124 = 1999$$

~~Questão~~ 3) ~~Como não há uma maneira específica para resolver a questão, utilizarei a Regra de L'Hospital que diz que:~~

~~"Se f(x) e g(x) são duas funções diferenciáveis~~ (Sem efeito) ~~em x=C~~ ~~em $x=C$~~

~~e o $\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} g(x) = 0$, então,~~ (sem efeito) ~~$\lim_{x\to c} f(x)$ ... lim $x \to$~~

~~$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$$~~

Sem efeito

~~OBS.: f e g são funções Reais."~~

~~Questão 3) Como~~ não ~~há~~ uma ~~maneira~~ ~~espe~~ ~~especí~~ Sem efeito

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19064

Questão 3) Como não há uma maneira específica de resolver a questão, utilizarei a Regra de L'Hospital:

"Se $f(x)$ e $g(x)$ são duas funções reais diferenciáveis em $x=c$ e o $\lim_{x \to c} f(x) = \lim_{x \to c} g(x) = 0$, então,

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}."$$

Temos que $\operatorname{sen}(x) = f(x)$ e $x = g(x)$ são diferenciáveis em $x = 0$. Portanto, pela regra de L'Hospital, temos:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \lim_{x \to 0} \cos x = 1$$

OBS.: $(\operatorname{sen} x)' = \cos x$ e $x' = 1$

Questão 4) a) Falsa. r e s podem ser reversas, ou seja, estão contidas em planos diferentes e não se cortam (não se interceptam)

b) Falsa. Mesma justificativa do item a.

c) Falsa. O mesmo plano que contém r e s pode não ser o plano que contém as retas t e s.

d) Verdadeira.

e) Falsa. Os eixos OX, OY e OZ do $\mathbb{R}^3$ são um exemplo.

OX e OY são perpendiculares a OZ, mas OX e OY não são paralelas.

OBS.: OX, OY e OZ retas.

f) Verdadeira

g) Verdadeira

h) Verdadeira

i) Verdadeira

j) Falsa. α e β contém retas perpendiculares a uma reta de γ, mas α e β podem se interceptar.

Questão 5) A equação da reta PQ é dada por:

$$y = x\left(\frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}\right) - x_p\left(\frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}\right) + y_p \; ; \quad \text{onde } m = \frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}$$

Temos que $A' = (x_s, y_s)$, logo:

$$y_s = x_A \cdot m - x_p \cdot m + y_p \quad \text{e}$$

$$x_s = \left[y_A + x_p \cdot m - y_p\right] \cdot \frac{1}{m}$$

~~Pess~~

Questão 2) a) Seja m o número de pessoas que se voluntariaram para ajudar a varrer uma rua.

Dessas m pessoas, serão selecionadas K pessoas onde $K \leq m$. De quantas maneiras distintas podemos selecionar essas K pessoas do grupo de m pessoas?

Temos K lugares dispostos:

$$\underbrace{\_ \, , \_ \, , \ldots , \_ \, , \_}_{K}$$

Logo, enumeramos m pessoas nesses K lugares:

$$\underbrace{\underline{m} \cdot \underline{m-1} \cdot \underline{m-2} \ldots \underline{m-K+1}}_{K}$$

Mas $m.(m-1).(m-2)\ldots(m-K+1).(m-K)! = m!$

Portanto, $m.(m-1).(m-2)\ldots(m-K+1) = \dfrac{m!}{(m-K)!}$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19064

Como nessa permutação de elementos, devemos retirar $k!$ repetições, teremos

$$\frac{\frac{m!}{(m-k)!}}{k!} = \binom{m}{k}$$

Incompleta.

Sem efeito

~~b)~~ $\cancel{\text{i)} \quad \binom{m-4}{k-4} + \binom{m-4}{k} - \binom{(m-3)-1}{(k-3)-1} + \binom{(m-3)-1}{}}$

Questão 2) b) I $\quad \binom{(m-3)-1}{(k-3)-1} + \binom{(m-3)-1}{k-3} = \binom{m-3}{k-3}$

II $\quad 3\left[\binom{(m-3)-1}{(k-2)-1} + \binom{(m-3)-1}{k-2}\right] = 3\binom{m-3}{k-2}$

III $\quad 3\left[\binom{(m-3)-1}{(k-1)-1} + \binom{(m-3)-1}{k-1}\right] = 3\binom{m-3}{k-1}$

(IV) $\binom{(m-3)-1}{k-1} + \binom{(m-3)-1}{k} = \binom{m-3}{k}$

Logo, (*)

$\cancel{\binom{m}{k}} \cancel{=} \cancel{\binom{m-4}{k-4}} + 4\cancel{\binom{m-4}{k-3}} + 6\cancel{\binom{m-4}{k-2}} + 4\cancel{\binom{m-4}{k-1}} + \cancel{\binom{m-4}{k}} =$

$\cancel{\binom{m}{k}} \cancel{=} \cancel{\binom{m-3}{k-3}} + 3\cancel{\binom{m-3}{k-2}} + 3\cancel{\binom{m-3}{k-1}} + \cancel{\binom{m-3}{k}}$

Sem efeito

$\cancel{\binom{m}{k}} \cancel{=} \cancel{(}$

De (I), (II), (III) e (IV)

(*) $\binom{m-4}{k-4} + 4\binom{m-4}{k-3} + 6\binom{m-4}{k-2} + 4\binom{m-4}{k-1} + \binom{m-4}{k} =$

$= \binom{m-3}{k-3} + 3\binom{m-3}{k-2} + 3\binom{m-3}{k-1} + \binom{m-3}{k} =$

$= \left[\binom{(m-2)-1}{(k-2)-1} + \binom{(m-2)-1}{k-2}\right] + 2\left[\binom{(m-2)-1}{(k-1)-1} + \binom{(m-2)-1}{k-1}\right] + \left[\binom{(m-2)-1}{k-1} + \binom{(m-2)-1}{k}\right.$

$= \binom{m-2}{k-2} + 2\binom{m-2}{k-1} + \binom{m-2}{k} =$

$$= \left[\binom{(m-1)-1}{(k-1)-1} + \binom{(m-1)-1}{k-1} \right] + \left[\binom{(m-1)-1}{k-1} + \binom{(m-1)-1}{k} \right] =$$

$$= \binom{m-1}{k-1} + \binom{m-1}{k} = \binom{m}{k}$$