UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	ALEXANDER PIRES DA SILVA
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano". Paulo Freire

Nº Identificador 19068

1) Se $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$ temos duas possibilidades para o valor de x.

$$\begin{cases} x, \text{ par} \to 2n \ , n \geq 1 \\ x, \text{ ímpar} \to 2n-1, \ n \geq 1 \end{cases}$$

Se B é um subconjunto de A, tal que $x \in B$ então $2x \notin B$, devemos excluir os seguintes elementos:

$$\begin{cases} 2 \cdot 2n = 4n \ , n \geq 1 \\ 2 \cdot (2n-1) = 4n-2 \ , n \geq 1 \ . \end{cases}$$

que são os números pares menores ou igual a 3000.

Com isso, temos que se $B \neq \emptyset$, podemos afirmar que o valor máximo que a cardinalidade de B ~~é toda~~ pode assumir é $\{1, 3, 5, \ldots, 2999\}$, ou seja, uma P.A de razão 2.

usando o termo geral da P.A

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot R$

$2999 = 1 + (n-1) \cdot 2$

$\frac{2998}{2} = n-1$

$\boxed{n = 1500}$

Portanto, o valor máximo será de 1500.

② a) Sabendo que, em um plano, foram dados 6 pontos não colineares. Determine a quantidade de triângulos que podemos formar utilizando 3 desses pontos como vértice do triângulo.

Resolução: $\binom{n}{k} = \binom{6}{3} = \frac{6.5.4}{\cancel{3}!} = 20$

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{6-1}{3-1} + \binom{6-1}{3} = \binom{5}{2} + \binom{5}{3} = \frac{5.4}{2!} + \frac{5.4.3}{3!} = 10+10=$$

Portanto, $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

//

b) Dado $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$ então podemos escrever que:

a) $\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$

b) $\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$

c) $\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$

Note que os coeficientes dos números binomiais são do Triângulo de Pascal.

$n-1 \rightarrow$ 1 1
$n-2 \rightarrow$ 1 2 1
$n-3 \rightarrow$ 1 3 3 1
$n-4 \rightarrow$ 1 4 6 4 1

//

c) Temos que $n=6$ e $K=3$, então $\binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$

$$= \binom{6-4}{3-4} + 4.\binom{6-4}{3-3} + 6.\binom{6-4}{3-2} + 4.\binom{6-4}{3-1} + \binom{6-4}{3}$$

$$= \binom{2}{-1} + 4.\binom{2}{0} + 6.\binom{2}{1} + 4.\binom{2}{2} + \binom{2}{3}$$

Como $\binom{n}{k}$ tem as condições $n \geq k \geq 0$, então

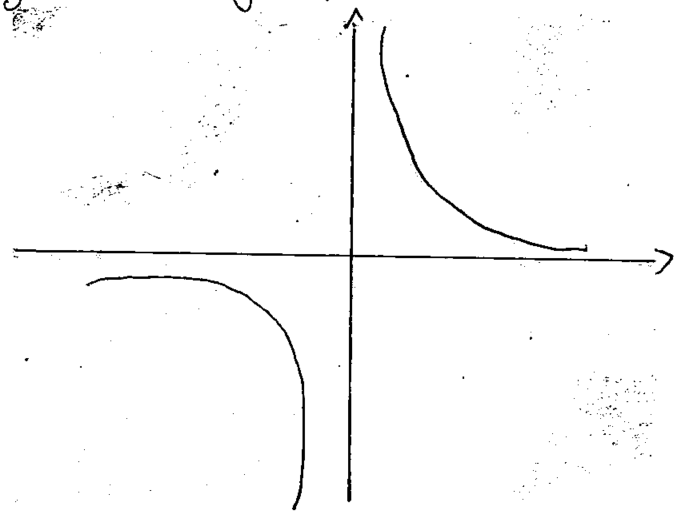
$$= 4.\binom{2}{0} + 6.\binom{2}{1} + 4\binom{2}{2}$$

$$= 4.1 + 6.2 + 4.1$$

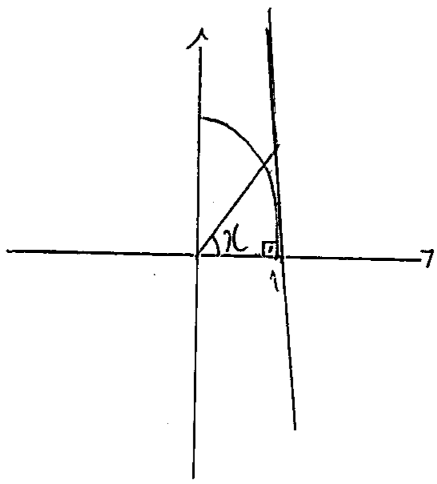
$$= 20$$ Conforme o item (a).

③ $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$

Fazendo o gráfico da função $f(x) = \frac{1}{x}$



Construindo um círculo de raio $R = 1$ e uma reta tangente a ele.



Note que a área do triângulo retângulo é dado por

$$A_\Delta = \frac{1 \cdot tg\,x}{2} = \frac{tg\,x}{2}$$

Temos também que a área do ~~círculo~~ setor circular de raio 1, é dado por $A_c = \cancel{\pi} R^2 \cdot \frac{x}{2\cancel{\pi}} = \frac{x}{2}$

Temos que a área entre o eixos XoY e a função $f(x) = \frac{1}{x}$ pode ser escrita como

$$A_c \leq \frac{1}{x} \leq A_\Delta$$

$$\frac{x}{2} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{tg\,x}{2}$$

Multiplicando por $(sen\,x)$ temos

$$\frac{x \cdot sen\,x}{2} \leq \frac{sen\,x}{x} \leq \frac{sen\,x \cdot sen\,x}{2\cos x}$$

$$\frac{x \cdot sen\,x}{2} \leq \frac{sen\,x}{x} \leq \frac{1 + \cos^2 x}{2\cos x}$$

→ Aplicando o limite

$$\lim_{x\to 0} \frac{x \cdot sen\,x}{2} = 0$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1+\cos^2 x}{2\cos x} = \frac{1+1}{2} = 1$$

Portanto

$\lim\limits_{x\to 0} \frac{sen\,x}{x} = 1$ Conforme queríamos demonstrar

1) a) Falsa. Se r e s estiverem em planos distintos, elas não se cortam e ~~logo~~ não são paralelas.

b) Falsa. Se r e s estiverem em planos distintos, elas não serão paralelas e ~~logo~~ nem se cortam.

c) Verdadeira

d) Verdadeira

e) Verdadeira

f) Verdadeira

g) Verdadeira

h) Verdadeira

i) Verdadeira

j) Verdadeira

(5) As coordenadas do ponto A ~~são dadas~~ é dado por (x,y) tal que (x,y) pertence a circunferencia de equação $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$, onde o centro $C(a,b)$ pertence a reta PQ e o raio $R=\sqrt{(x_A-a)^2+(y_B-b)^2}$.