UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	SILVANA LEAL DA SILVA
Frase	"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Nº Identificador 19069

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação – reflexão." Paulo Freire

Questão 1

$B \subset A$ $\quad A = \{x \in \mathbb{N}^* / x \leq 3000\}$ tal que $x \in B \Rightarrow 2x \notin B$

$A = \{1, 2, 3, \dots, 2999, 3000\}$

Tomando os elementos do conjunto $Y = \{y \in \mathbb{N} / 1500 < y \leq 3000\}$ temos que $\forall\, y \in Y$, $y \in A$ mas $2y \notin A$. Como $B \subset A$, de forma que $x \in B$ mas $2x \notin B$, podemos afirmar que $Y \subset B$.

Considerando o conjunto $Z = \{z \in \mathbb{N}^* / z \leq 1500\}$. Se $z \in B$ então $2z \notin B$. Analisando desde o elemento 1, se ele pertence a B, então $2 \notin B$. Se $3 \in B$ então $6 \notin B$. Assim em diante. É possível notar que a cada 15 elementos analisados, 5 não pertencem a B e 10 pertecem. Logo, dos 1500 elementos, pertencem a B: $\frac{1500}{15} \times 10 = 1000$.

O mesmo resultado seria obtido se ao analisarmos os elementos, considerásemos $1 \notin B$ e $2 \in B$.

Sendo assim, excistem 1000 elementos pertencentes a Z que pertencem a B.

Concluímos assim que a cardinalidade do conjunto B será a soma da cardinalidade do conjunto Y e a cardinalidade do conjunto $Z \cap B$.

$$\#B = \#Y + \#(Z \cap B) = 1500 + 1000 = 2500.$$

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire.

Questão 2

Sabendo que o número binomial $\binom{n}{k}$ expressa a Combinação de n elementos agrupados em grupos de k elementos.

1) Provar que $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

1°) Proposta de problema de contagem: De quantas maneiras podemos formar grupos de K pessoas, sabendo que existem n indivíduos para tal.

2°) Fazendo Combinação de n elementos, k a K temos:

$$\binom{n}{K} = C_{n,k} = \frac{n!}{K!(n-K)!}$$

3°) Considerando $\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$:

$$\binom{n-1}{k-1} = C_{(n-1,\, k-1)} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,[n-1-(k-1)]!} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} \quad \text{I}$$

$$\binom{n-1}{k} = C_{(n-1,\, k)} = \frac{(n-1)!}{K!\,(n-K-1)!} \quad \text{II}$$

De I e II temos:

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{k!\,(n-k-1)!} = \frac{k!\,(n-k-1)!\,(n-1)! + (k-1)!\,(n-k)!\,(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!\,K!\,(n-k-1)!}$$

$$= \frac{\cancel{(k-1)!}\,\cancel{(n-k-1)!}\,(n-1)!\,[\cancel{k} + n - \cancel{k}]}{\cancel{(k-1)!}\,(n-k)!\,K!\,\cancel{(n-k-1)!}} = \frac{(n-1)!\,.\,n}{(n-k)!\,K!} = \frac{n!}{K!(n-K)!} = \binom{n}{k}$$

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire

b) Do item (a) temos que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Desenvolvendo

$$\binom{n}{k} = \underbrace{\binom{n-1}{k-1}} + \underbrace{\binom{n-1}{k}}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire

Questão 3

$$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen } x}{x} = 1$$

$$\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$\text{sen}^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1$$

$$\frac{-1}{\text{sen}^2 x} \leq \frac{1}{\text{sen } x} \leq \frac{1}{\text{sen}^2 x}$$

$$\frac{1}{\cos^2 x - 1} \leq \frac{1}{\text{sen } x} \leq 1 + \text{cotg}^2 x$$

$$\cos^2 x - 1 \geq \text{sen } x \geq \frac{1}{1 + \text{cotg}^2 x}$$

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Questão 4

a) Falsa. r e s podem não pertencer ao mesmo plano, sendo assim, elas podem ser reversas com planos paralelos.

b) Falsa. r e s não são paralelas, mas podem ser reversar e pertencer a planos distintos paralelos entre si, e assim não se intersectarem.

c) Falsa. Pois r e t podem pertencer a um plano distinto ao que ~~s~~ e t pertencem. Logo as retas r e t podem ser reversas e não se cortarem.

d) Verdadeiro.

e) Falsa. Pois r e t podem pertencer a um plano distinto ao que s e t pertencem. Sendo assim, r e s seriam reversas.

f) Verdadeiro.

g) Verdadeiro.

h) Verdadeiro

i) Verdadeiro

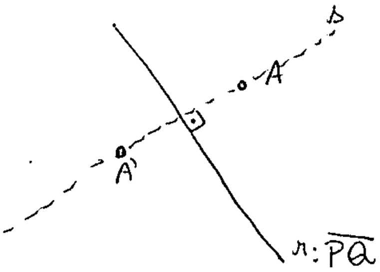
j) Verdadeiro

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire

Questão 5

$P = (X_P, Y_P)$ $\quad Q = (X_Q, Y_Q)$

$A = (X_A, Y_A)$ $\quad$ Simétrico de $A \rightarrow A' = (x', y')$ em relação à $\overleftrightarrow{PQ}$



A reta s que passa pelos pontos A e A' é perpendicular a reta $\overline{PQ}$. Sendo assim, os coeficients angulares de r e s são opostos e inverso:

$m_{PQ} = \dfrac{Y_P - Y_Q}{X_P - X_Q}$ então $m_s = \dfrac{-X_P + X_Q}{Y_P - Y_Q}$

Logo:

$$(X - X_A) \cdot \left(\frac{-X_P + X_Q}{Y_P - Y_Q}\right) = (Y - Y_A)$$

Para x':

$$(X' - X_A) \cdot \left(\frac{-X_P + X_Q}{Y_P - Y_Q}\right) = (Y' - Y_A)$$

$$Y' = \frac{-x'X_P + x'X_Q + X_A X_P - X_A X_Q}{Y_P - Y_Q} + Y_A$$

$$Y' = \frac{-x'x_P + x'X_Q + X_A X_P - X_A X_Q + Y_A Y_P - Y_A Y_Q}{Y_P - Y_Q}$$

$$A' = \left(x', \frac{-x'X_P + x'X_Q + X_A X_P - X_A X_Q + Y_A Y_P - Y_A Y_Q}{Y_P - Y_Q}\right)$$