UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	CECILIA FERREIRA BORGES DE ALCANTARA
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Nº Identificador 19114

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato ~~cott~~ cotidiano". (semefeito

Questão 2

(a) As expressões de cada membro, se referem a uma combinação (*)

Temos que $C_n^K = \binom{n}{K} = \frac{n!}{K!(n-K)!}$ (1), $C_{n-1}^{K-1} = \binom{n-1}{K-1} = \frac{(n-1)!}{(K-1)!(n-K)!}$

e $C_{n-1}^{K} = \binom{n-1}{K} = \frac{(n-1)!}{K!(n-K-1)!}$.

Para o termo (1), não há nada a se fazer.
Seguimos para o lado direito da igualdade.

$$\binom{n-1}{K-1} + \binom{n-1}{K} = \frac{(n-1)!}{(K-1)!(n-K)!} + \frac{(n-1)!}{K!(n-K-1)!} =$$

$$= \frac{K.(n-1)!}{K!(n-K)!} + \frac{(n-1)!}{K!(n-K-1)!} = \frac{K(n-1)!}{K!(n-K)!} + \frac{(n-K)(n-1)!}{K!(n-K)!} =$$

$$= \frac{K(n-1)! + (n-K)(n-1)!}{K!(n-K)!} = \frac{(K+n-K)(n-1)!}{K!(n-K)!} = \frac{n.(n-1)!}{K!(n-K)!} = \frac{n!}{K!(n-K)!} \ (2)$$

Logo, temos que $(1) = (2)$, como desejado.

(*) Isto é, dado um conjunto com n elementos, queremos escolher K, sem que a ordem deles importe (no caso de $\binom{n}{K}$.).

Questão 2 item (b)

$$\underbrace{\binom{n}{k} = \overbrace{\binom{n-1}{k-1}}^{(1)} + \binom{n-1}{k}}_{(*)}$$

usando (*) para o termo (1), com mudança de variáveis

$$= \left[\binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1}\right] + \underbrace{\binom{n-1}{k}}_{2} =$$

usando (*) para o termo (2), com mudança de variáveis

$$= \left[\binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1}\right] + \left[\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}\right] = \underbrace{\binom{n-2}{k-2}}_{(3)} + 2\binom{n-2}{k-1} + \underbrace{\binom{n-2}{k}}_{(4)} =$$

usando (*) para o termo (3) com mudança de variáveis, assim como usei (*) para o termo (4), no mesmo processo.

$$= \left[\binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2}\right] + 2\binom{n-2}{k-1} + \left[\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}\right] =$$

por (*)

$$\binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =$$

usando (*) vários vezes

$$= 2\left[\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}\right] = 2\left[\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1}\right] =$$

$$= 4\binom{n-4}{k-2} + 2\binom{n-4}{k-3} + 2\binom{n-4}{k-1} \quad (**)$$

Continuando a expressão e substituindo (**), temos:

$$= \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-2} + 2\binom{n-4}{k-3} + 2\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$= \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k},$$ como queríamos mostrar.

Questão 1: Escrever $x \in B \Rightarrow 2x \notin B$ é o mesmo que $2x \in B \Rightarrow x \notin B$. "sem efeito". Essas implicações são sentenças contrapositivas e possuem o mesmo valor lógico.

Logo, se n, número natural, pode estar escrito como $n = 2K$, para $K \in \mathbb{N}$ (e $K \leq 1500$, já que B é subconjunto de A), $n \notin B$.

Assim, B não possui nenhum número par entre 1 e 3000.

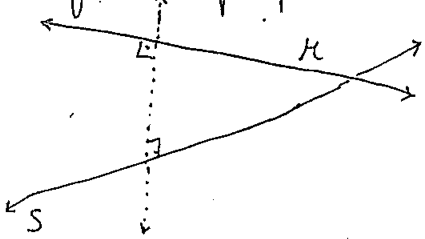
Sobre os números ímpares, não podemos concluir nada pelas hipóteses. (*)

Como nenhum par até 3000 pertence a B e por (*) e já que os pares são 1500 números do conjunto A, o valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir é 1500.

Questão 3. $$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} \underset{\text{L'Hopital}}{=} \lim_{x \to 0} \frac{\cos(x)}{1} = 1.$$

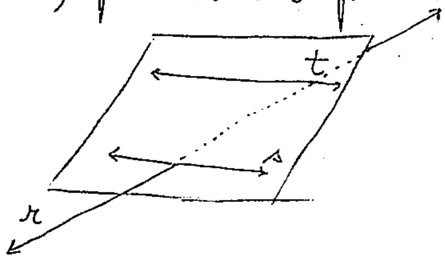
Questão 4)

(a) Falsa, pois r e s podem ser retas reversas, isto é, existe uma única reta que é perpendicular a r e a s, simultaneamente.
Exemplo:



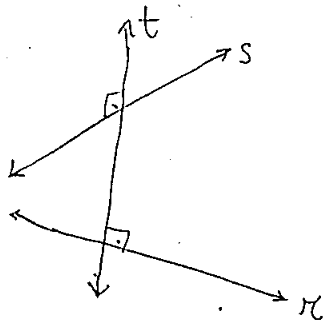
(b) Falsa. Mesma justificativa do item (a), r e s retas reversas.

(c) Falsa, pois r e t podem estar em planos distintos. Exemplo:



(d) Verdadeira.

(e) Falsa, pois r e s podem ser retas reversas, com t sendo a reta perpendicular a r e s, simultaneamente, como no exemplo do item (a.):



(f) Verdadeira.

(g) Verdadeira.

(h) Verdadeira.

(i) Verdadeira.

(j) Verdadeira.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular
Matemática

Nº 19114

Questão 5

Folha 5