UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	CARLOS ANDRÉ DOS SANTOS COSTA ALONSO
Frase	"Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor." Paulo Freire

Nº Identificador 19128

Setor Curricular matemática

Nº 19122

"Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor." Paulo Freire.

Questão 1.

Há duas possibilidades, ou casos.

1º Se $1 \in B$, então B é unitário, ou seja $B = \{1\}$.

2º Se $1 \notin B$. Consideremos $2 \in B$, logo $2k \notin B$, isto é o único par que pertence a B é o 2. Por outro lado todos os números ímpares pertencem a B. Logo sua cardinalidade será 1500, pois contamos todos os ímpares, exceto o 1 e acrescentamos o 2. Que é a maior cardinalidade possível para B.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: matemática

Nº 19128

Questão 2

a) De um grupo de sete pessoas, 4 serão escolhidos para compor uma comissão. De quantos modos distintos essas 4 pessoas poderão ser escolhidas?

Utilizando o primeiro membro da igualdade temos:

$$\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!\cdot 3!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{3!\cdot 4!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5}{3\cdot 2\cdot 1} = 35$$

Utilizando o segundo membro da igualdade temos:

$$\binom{7-1}{4-1} + \binom{7-1}{4} = \binom{6}{3} + \binom{6}{4} = \frac{6!}{3!\cdot 3!} + \frac{6!}{4!\cdot 2!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{3\cdot 2\cdot 1} + \frac{6\cdot 5}{2\cdot 1} =$$

$$= 5\cdot 4 + 3\cdot 5 = 5(4+3) = 35.$$

b) $$\binom{7-4}{4-4} + 4\binom{7-4}{4-3} + 6\cdot\binom{7-4}{4-2} + 4\cdot\binom{7-4}{4-1} + \binom{7-4}{4} =$$

$$= \binom{3}{0} + 4\binom{3}{1} + 6\binom{3}{2} + 4\cdot\binom{3}{3} + \binom{3}{4} =$$ → não deve ser considerad

$$= 1 + 4\cdot(3) + 6\cdot(3) + 4\cdot(1) + \cancel{4}$$ sem efeito

O último termo, acima, não deve ser considerado, pois pela definição de número binomial, $\binom{n}{p}$ está definido para $n \geq p$, desse modo $\binom{3}{4}$ não está definido. Ou seja, p.

$n-4 \geq k$ é condição de existência de $\binom{n-4}{k}$.

Questão 2

c) Substituindo no enunciado do problema ~~no~~ o número de pessoas no grupo por 8 pessoas ao invés de 7, temos:

$$\binom{8}{4} = \binom{8-4}{4-4} + 4\binom{8-4}{4-3} + 6\binom{8-4}{4-2} + 4\binom{8-4}{4-1} + \binom{8-4}{4} =$$

$$= \cancel{4}_{\text{sem efeito}} = \binom{4}{0} + 4\binom{4}{1} + 6\binom{4}{2} + 4\binom{4}{3} + \binom{4}{4} =$$

$$= 1 + 4\cdot(4) + 6\cdot(6) + 4\cdot(4) + 1 = 70. = \binom{8}{4}.$$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular matemática	Nº 19128

Questão 3

Pelo Teorema do Confronto, dados $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$ funções. Se $\lim_{x \to a} f(x) = L = \lim_{x \to a} h(x)$, então $\lim_{x \to a} g(x) = L$.

~~Tomando $f(x) = \frac{\text{sen}\, x}{x}$, $h(x) = 1$~~ (Sem efeito) Sem efeito.

Sejam $f(x) = \cos x$, $g(x) = \frac{x}{\text{sen}\, x}$ e $h(x) = 1$

Como $\cos x \leq \frac{x}{\text{sen}\, x} \leq 1$, temos $1 \leq \frac{\text{sen}\, x}{x} < \frac{1}{\cos x}$

$\lim_{x \to 0} 1 = 0$ e $\lim_{x \to 0} \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{1} = 1$,

logo, pelo Teorema do Confronto ~~...~~ Sem efeito.

$\lim_{x \to 0} \frac{\text{sen}\, x}{x} = 1$ ■.

Questão 4

a) Falsa. Se r e s forem retas reversas, elas não se cortam e também não são paralelas.

b) Falsa. Tomemos r e s reversas, elas não são paralelas nem se intersectam.

c) Falsa. Suponhamos r e s concorrentes, logo elas determinam um único plano, Como no espaço há infinitos planos, consideremos um plano α, paralelo ao plano ~~~~ (sem efeito) determinado pelas retas r e s, que vamos chamar de β. Tomemos o plano α, de modo que α contenha a reta t. Como r e t estão em planos distintos e paralelos, Temos que r não corta t.

d) Verdadeira.

e) Falsa. Podemos ter r perpendicular a t e s também perpendicular a t com r e s sendo reversas.

f) Verdadeira.

g) Verdadeira.

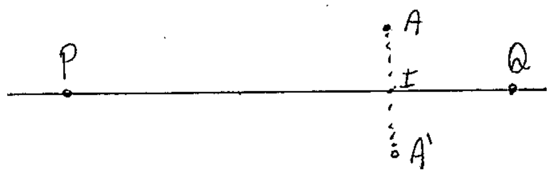
h) Verdadeira.

i) Verdadeira.

j) Verdadeira.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular matemática.	Nº 19128.

Questão 5



Seja $\dfrac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}$ o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos P e Q, daí a equação da reta r, que passa por P e Q é dada por $\dfrac{y-y_Q}{x-x_Q}=\dfrac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P} \Rightarrow r: (x-x_Q)\cdot(y_Q-y_P)-(y-y_Q)\cdot(x_Q-x_P)$

Basta agora determinar a reta que passa por A e é perpendicular a r. Em seguida tomemos o ponto $I \in r \cap s$, onde s é a reta perpendicular a r, passando por A. Por fim façamos distância de A até I igual à distância de I até A.

A reta s procurada deve ser perpendicular à reta r, logo seu coeficiente angular será o inverso do simétrico do coeficiente da reta r. Daí temos. $\dfrac{y-y_A}{x-x_A}=\dfrac{-(x_Q-x_P)}{y_Q-y_P} \Rightarrow$

$$\Rightarrow -(x-x_A)\cdot(x_Q-x_P)=(y-y_A)\cdot(y_Q-y_P).$$

Seja $I=(x_I,y_I)\in r\cap s$, daí ~~(x_I-x_Q)~~ (sem efeito)

sem efeito

$$(x_I-x_Q)\cdot(y_Q-y_P)-(y_I-y_Q)\cdot\cancel{Q}(x_Q-x_P)=-(x_I-x_A)\cdot(x_Q-x_P)-(y_I-y_A)\cdot(y_Q-y_P).$$

Por fim, para determinarmos $A'=(x_{A'},y_{A'})$ basta fazermos.

$$d_{AI}=d_{IA'} \Rightarrow \sqrt{(x_A-x_I)^2+(y_A-y_I)^2}=\sqrt{(x_I-x_{A'})^2+(y_I-y_A)^2},$$

observando o fato de $A'\in s$.

Folha 6.