UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

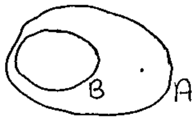
Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	ANA CAROLINA DA SILVA GONÇALVES
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano" Paulo Freire.

Nº Identificador 19135

Questão 1: $B \subset A$ e $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 2999, 3000\}$



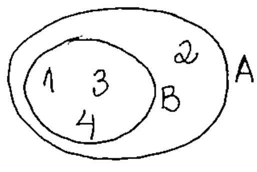
$\#A = 3000$

Vamos analisar o caso em que $A = \{1, 2, 3, 4\}$, ou seja $\#A = 4$

Se $1 \in B \Rightarrow 2 \notin B$

"SEM EFEITO" $3 \in B \Rightarrow 6 \notin B$ (e também não pertence a A pois o maior elemento de A é 4).

$4 \in B \Rightarrow 8 \notin B$



Agora o caso em que
$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, ou seja $\#A = 6$

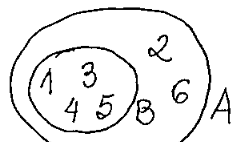
Se $1 \in B \Rightarrow 2 \notin B$

$3 \in B \Rightarrow 6 \notin B$

$4 \in B \Rightarrow 8 \notin B$

$5 \in B \Rightarrow 10 \notin B$

Como 8 e 10 não pertencem a A esta informação é irrelevante.



O processo para conjuntos de cardinalidade superior as apresentadas mantém o mesmo padrão.
Aqui, analisamos 2 casos com cardinalidade par como a do enunciado da questão e observamos que a cardinalidade de B para que possua um valor máximo de elementos, é sempre $\frac{\#A}{2} + 1$. Logo, para $\#A = 3000$, o valor máximo de elementos de B será $\frac{3000}{2} + 1 = 1501$ elementos

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: Matemática

Nº 19135.

Questão 2:

a)
$$\binom{n}{k} = \underbrace{\binom{n-1}{k-1}}_{\binom{n-2}{k-2}+\binom{n-2}{k-1}} + \underbrace{\binom{n-1}{k}}_{\binom{n-2}{k-1}+\binom{n-2}{k}} = \underbrace{\binom{n-2}{k-2}}_{\binom{n-3}{k-3}+\binom{n-3}{k-2}} + \underbrace{2\binom{n-2}{k-1}}_{2\binom{n-3}{k-1}+2\binom{n-3}{k-2}} + \underbrace{\binom{n-2}{k}}_{\binom{n-3}{k}+\binom{n-3}{k-1}}$$

$$= \underbrace{\binom{n-3}{k-3}}_{\binom{n-4}{k-3}+\binom{n-4}{k-4}} + \underbrace{3\binom{n-3}{k-1}}_{3\binom{n-4}{k-1}+3\binom{n-4}{k-2}} + \underbrace{3\binom{n-3}{k-2}}_{3\binom{n-4}{k-2}+3\binom{n-4}{k-3}} + \underbrace{\binom{n-3}{k}}_{\binom{n-4}{k}+\binom{n-4}{k-1}}$$

$$= \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

b) Uma jovem deseja escolher k bolsas de suas n bolsas para doar. Para isto ela pode escolher $k-1$ bolsas de suas $n-1$ bolsas ou então escolher k bolsas de suas $n-1$ bolsas.

- $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$
- $\binom{n-1}{k-1} = \dfrac{(n-1)!}{(k-1)!(n-k)!}$
- $\binom{n-1}{k} = \dfrac{(n-1)!}{k!(n-1-k)!}$

c) Como provado em b, escolher as k bolsas dentre as n bolsas é o mesmo que escolher $k-4$ bolsas de $n-4$ ou escolher 4 vezes $k-3$ bolsas de $n-4$ ou escolher 6 vezes $k-2$ bolsas de $n-4$ ou escolher 4 vezes $k-1$ bolsas de $n-4$ ou escolher k bolsas de $n-4$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19135

Questão 3: $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$

Observe que $\frac{\operatorname{sen} x}{x}$ quando x assume o valor zero resulta na indeterminação $\frac{0}{0}$ pois $\operatorname{sen} 0 = 0$, e dessa forma podemos então utilizar a Regra de L'Hôpital para resolver essa indeterminação.

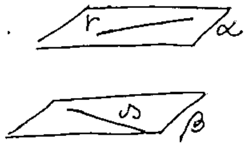
derivando o numerador e o denominador em relação a x

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \cos 0^\circ = 1$$

Questão 4

a) Falso. Elas podem ser retas reversas Ex:

$\alpha // \beta$ e $r \cap s = \emptyset$

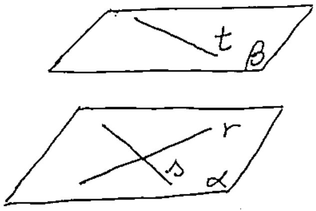


b) Falso. O desenho anterior também exemplifica isso.
r e s podem ser reversas.

c) Falso.

$\alpha // \beta$

$s // t$

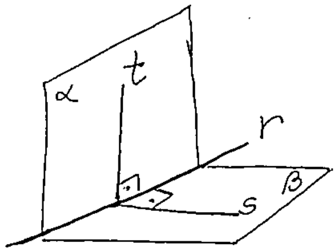


r e s determinam o plano α.
r e t podem ser retas reversas.

d) Verdadeira

e) Falso. r e s podem ser perpendiculares. Ex:

$\alpha \perp \beta$, $s \perp t$



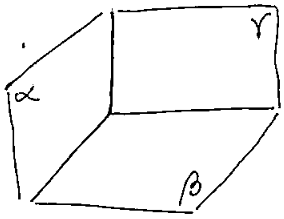
f) Verdadeiro

g) Verdadeiro

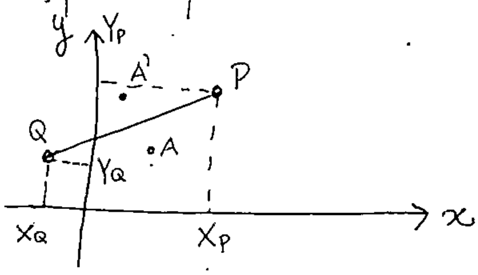
h) Verdadeiro

i) Verdadeiro

j) Falso. Observe o triedro ao lado
α e β podem ser perpendiculares.



Questão 5: Primeiramente vamos encontrar a equação da reta que passa por P e Q.



$r = \overleftrightarrow{PQ}$ $\qquad r: Y = cX + d$

$1^o)(X_Q, Y_Q): \; Y_Q = c \cdot X_Q + d$

$2^o)(X_P, Y_P): \; Y_P = c \cdot X_P + d$

$Y_Q - Y_P = c(X_Q - X_P)$

Subtraindo a 2ª da 1ª segue:

$$\boxed{c = \frac{Y_Q - Y_P}{X_Q - X_P}}$$

Nota:
$X_Q - X_P < 0$
$Y_P - Y_Q > 0$

Encontrando d (Substituindo c na 1ª)

$$Y_Q = \left(\frac{Y_Q - Y_P}{X_Q - X_P}\right) X_Q + d \Longrightarrow Y_Q = \frac{X_Q(Y_Q - Y_P)}{(X_Q - X_P)} + d \Longrightarrow d = \frac{Y_Q(X_Q - X_P) - X_Q(Y_Q - Y_P)}{(X_Q - X_P)}$$

$$d = \frac{\cancel{Y_Q X_Q} - Y_Q X_P - \cancel{X_Q Y_Q} + X_Q Y_P}{X_Q - X_P} = \boxed{\frac{X_Q Y_P - Y_Q X_P}{X_Q - X_P}}$$

$$r: Y = \left(\frac{Y_Q - Y_P}{X_Q - X_P}\right) X + \left(\frac{X_Q Y_P - Y_Q X_P}{X_Q - X_P}\right)$$

Como A' é simétrico a A em relação a PQ, devemos encontrar a distância d(A, r), que deverá ser a mesma que d(A', r), para depois achar $A' = (X_{A'}, Y_{A'})$.

$$d(A', r) = d(A, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{\left|\left(\frac{Y_Q - Y_P}{X_Q - X_P}\right) X_A - Y_A + \left(\frac{X_Q Y_P - Y_Q X_P}{X_Q - X_P}\right)\right|}{\sqrt{\left(\frac{Y_Q - Y_P}{X_Q - X_P}\right)^2 + (-1)^2}}$$

$$= \frac{|Y_Q X_A - Y_P X_A - Y_A X_Q + Y_A X_P + X_Q Y_P - Y_Q X_P|}{X_P - X_Q} \div \sqrt{\frac{Y_Q^2 - 2Y_Q Y_P + Y_P^2 + X_Q - X_P}{X_Q^2 - 2X_Q X_P + X_P^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{Y_Q^2 - 2Y_Q Y_P + Y_P^2 + X_Q - X_P}}{X_P - X_Q}$$

$$= \frac{|Y_Q X_A - Y_P X_A - Y_A X_Q + Y_A X_P + X_Q Y_P - Y_Q X_P|}{\sqrt{Y_Q^2 - 2Y_Q Y_P + Y_P^2 + X_Q - X_P}}$$