UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	LOENA MARINS DO COUTO
Frase	"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes". Paulo Freire.

Nº Identificador: 19137

"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes." Paulo Freire.

Questão 5 $P=(x_P, y_P)$ $Q=(x_Q, y_Q)$ $A=(x_A, y_A)$

Se procuramos o ponto A', simétrico ao ponto A em relação à reta PQ, então:

seja $y-y_0=m_1(x-x_0)$ a reta que passa pelos pontos P e Q, temos que

$$m_1=\frac{y_Q-y_P}{x_Q-x_P}$$ é o coeficiente angular dessa reta.

A reta que passa pelos pontos A e A' (simétrico de A em relação a reta PQ) é perpendicular a reta PQ. Ou seja, seja $y-y_0=m_2(x-x_0)$ a equação dessa reta, então:

$$m_2=\frac{\cancel{y}x_P-\cancel{y}x_Q}{\cancel{y}y_Q-\cancel{x}y_P}=\frac{1}{-m_1}$$, pois para duas

retas perpendiculares temos que $m_1 . m_2=-1$

$$m_2=\frac{-1}{m_1}.$$

$$\boxed{m_2=\frac{x_P-x_Q}{y_Q-y_P}}$$

Como os pontos A e A' são colineares, então

$$\begin{vmatrix} x_{A'} & x_A \\ y_{A'} & y_A \end{vmatrix}=0 \Rightarrow x_{A'}y_A-x_Ay_{A'}=0 \Rightarrow \boxed{x_{A'}y_A=x_Ay_{A'}}$$

Da reta que passa por A e A' $y-y_0=m_2(x-x_0)$ e de m_2 obtido anteriormente, temos:

$$y_A-y_{A'}=\frac{x_P-x_Q}{y_Q-y_P}(x_A-x_{A'})$$

$$x_A(x_P-x_Q)-x_{A'}(x_P-x_Q)=y_A(y_Q-y_P)-y_{A'}(y_Q-y_P)$$

$$x_A(x_P-x_Q)-\frac{x_Ay_{A'}}{y_A}(x_P-x_Q)=y_A(y_Q-y_P)-y_{A'}(y_Q-y_P)$$

$$y_{A'}\left(y_Q-y_P-\frac{x_Ax_P}{y_A}+\frac{x_Ax_Q}{y_A}\right)=y_A(y_Q-y_P)-x_A(x_P-x_Q)$$

$$\boxed{y_{A'}=\frac{y_A(y_Q-y_P)-x_A(x_P-x_Q)}{y_Q-y_P-\frac{x_Ax_P}{y_A}+\frac{x_Ax_Q}{y_A}}} \quad \text{e} \quad \boxed{x_{A'}=\frac{x_Ay_{A'}}{y_A}}$$

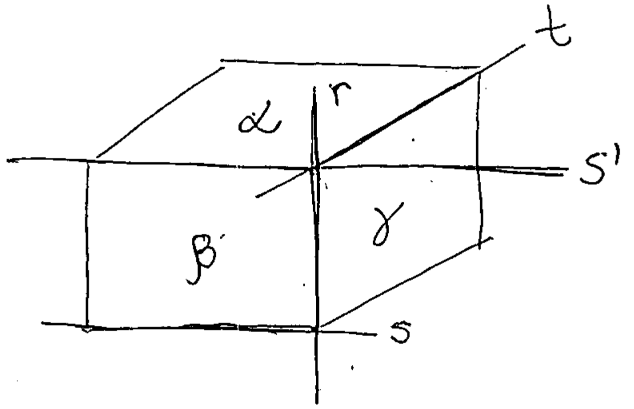
$x_{A'}$ e $y_{A'}$ são as coordenadas de A' em função das coordenadas dos pontos A, P e Q.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: Matemática

Nº 19137

Questão (4) Observando o cubo para ilustração



a) sejam as retas s e t que contém arestas do cubo como desenhado acima, notamos que r e s não se contam e não são paralelas Logo, a afirmação é FALSA

b) Observando as mesmas retas s e t vemos que elas não são paraletas e não se cortam (intersectam). Logo, a afirmação é FALSA.

c) verdadeira

d) verdadeira

~~e) verdadeira~~

e) Observando a figura temos que r é perpendicular a s' e t também é perpendicular a s', no entanto r e t não são paralelas. Logo, a afirmação é FALSA

Folha 3

f) Verdadeira

g) Verdadeira

h) Verdadeira

i) Verdadeira

j) Sejam os planos α, β e γ representados na figura, contendo as ~~tal~~ faces laterais do cubo, notamos que α é perpendicular a γ e β também é perpendicular a γ porém α e β não são planos paralelos.

Logo, a afirmativa é FALSA.

Questão 2

a) Provar que $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{(n-1)!}{(n-1-k+1)!(k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}$$

$$\binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!k!}$$

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!k!} =$$

Setor Curricular: Matemática

Nº 19137

$$\frac{(n-1)!\,(n-k-1)!\,k! + (n-1)!\,(n-k)!\,(k-1)!}{(n-k)!\,(k-1)!\,(n-k-1)!\,k!} =$$

$$\frac{(n-1)!\,(n-k-1)!\,(k)(k-1)! + (n-1)!\,(n-k)(n-k-1)!\,(k-1)!}{(n-k)!\,k!\,\left((k-1)!\,(n-k-1)!\right)} =$$

$$\frac{\cancel{(k-1)!\,(n-k-1)!}\left((n-1)!\,k + (n-1)!\,(n-k)\right)}{\cancel{(k-1)!\,(n-k-1)!}\left((n-k)!\,k!\right)} =$$

$$\frac{(n-1)!\,(\cancel{k}+n-\cancel{k})}{(n-k)!\,k!} = \frac{n(n-1)!}{(n-k)!\,k!} = \boxed{\frac{n!}{(n-k)!\,k!}}$$

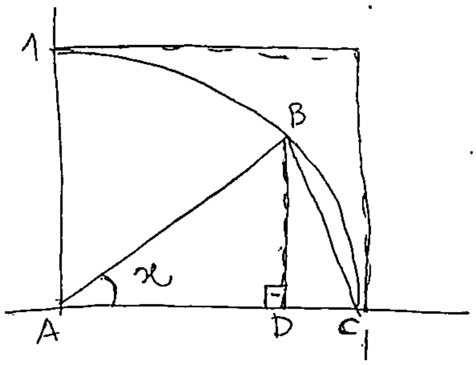
Logo, provou-se que

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

Setor Curricular: Matemática

Nº 19137

Questão (3)



Área do triângulo ABC

$$\boxed{A_{\Delta_1} = \frac{1 \cdot \operatorname{sen} x}{2} = \frac{\operatorname{sen} x}{2}}$$

Área do setor circular:

$360^\circ \rightarrow \pi r^2$

$x \rightarrow K$

$$K = \frac{r^2 \cdot x}{2} = \frac{x}{2}$$

$$\boxed{A_{setor} = \frac{x}{2}}$$

Área do quadrado $\rightarrow A_{\square} = 1$

Área do triângulo ABD $\rightarrow A_{\Delta_2} = \dfrac{\cos x \operatorname{sen} x}{2}$

Logo, nota-se que $A_{\Delta_2} \leq A_{\Delta_1} \leq A_{setor}$

ou seja

$$\frac{\cos x \operatorname{sen} x}{2} \leq \frac{\operatorname{sen} x}{2} \leq \frac{x}{2} \quad \text{(Dividindo por } x\text{)}$$

$$\frac{\cos x \operatorname{sen} x}{2x} \leq \frac{\operatorname{sen} x}{2x} \leq \frac{1}{2} \quad \times(2)$$

$$\frac{2\cos x \operatorname{sen} x}{2x} \leq \frac{\operatorname{sen} x \cdot 2}{2x} \leq 1$$

$$\frac{\operatorname{sen} 2x}{2x} \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq 1$$

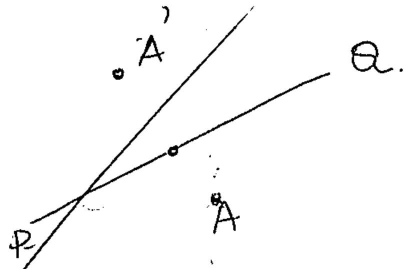
$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} 2x}{2x} \leq \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq \lim_{x \to 0} 1 = 1$$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19137

Sem efeito

$P(x_P, y_P)$ e $Q(x_Q, y_Q)$ $\quad A = (x_A, y_A)$

$y - y_0 = m(x - x_0)$



$m_1 = \dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - y_Q}$

$A' = (x_{A'}, y_{A'})$

$d(A, r) = d(A', r)$

reta que passa por A' e A é perpendicular à reta PQ

$\sqrt{(\quad}$

A distância

$d(P, r) = \dfrac{|ax_P + by_P + c|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$d(A, r) = \dfrac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \dfrac{|ax_{A'} + by_{A'} + c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$

$ax + by + c = 0$

$ax + by + c = 0$

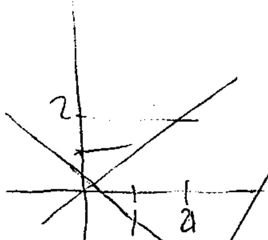
$ax_P + by_P + c = 0$

$ax_Q + by_Q + c = 0$

$y_Q - y_P = \dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}(x_Q - x_P)$

$m_1 \cdot m_2 = -1$ quando duas retas são perpendiculares

$m_2 = \dfrac{-1}{m_1}$



$y = x \quad m_1 = 1 \qquad 1 \cdot -1 = -1$

$y = -x \quad m_2 = -1$

$\dfrac{-1}{\dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}} =$

$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0$

$m_2 = \dfrac{y_P - y_Q}{\cancel{x_Q - x_Q}} \quad \boxed{\dfrac{x_P - x_Q}{y_Q - y_P}}$

$x_{A'} = ?$

$y_{A'} = ?$

A reta será

$y_A - y_{A'} = m_2(x_A - x_{A'})$ $\quad \begin{vmatrix} A' & A \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{A'} & x_A \\ y_{A'} & y_A \end{vmatrix} = x_{A'}y_A - x_A y_{A'} = 0$

$y_A - y_{A'} = \dfrac{y_P - y_Q}{x_Q - x_P}(x_A - x_{A'})$

$\boxed{x_{A'}y_A = x_A y_{A'}}$

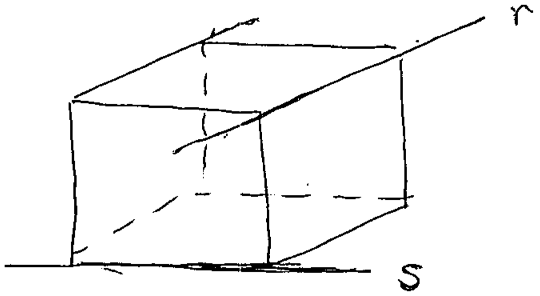
Folha 7

Setor Curricular
Matemática

Nº 19.137

Questão 4

Para título de ilustração, observemos o cubo:



sem efeito

a) Observando as retas r passam

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} \qquad \frac{4!}{1!\,3!} \qquad n(n-k)! \qquad n(n-1)(n-2)\ldots(n-k)\ldots(n-n$$

a

$$\binom{n-1}{k-1} = \frac{(n-1)!}{(n-\cancel{1}-k+\cancel{1})!\,(k-1)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k)!\,(k-1)!} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\ldots}{(n-k)!\,(k-1)(k-2)!\ldots}$$

$+$

$$\binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!\,k!} = \frac{(n-1)(n-2)(n-3)\ldots}{(n-1-k)!\,k(k-1)(k-2)!\ldots}$$

$$\frac{(n-1)}{(n-k)!(k-1)} \qquad \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!\,k!}$$

1

$$(n-k)! = (n-k)(n-k-1)!$$

$$\frac{(n-1)(n-2)(n-3)\ldots}{\cancel{(n-k)!}\,(k-1)(k-2)\ldots} + \frac{(n-1)(n-2)\ldots}{n\,(n-k-1)!\,\underbrace{k(k-1)(k-2)\ldots}_{k!}}$$

$$(n-k)(n-k-1)!$$

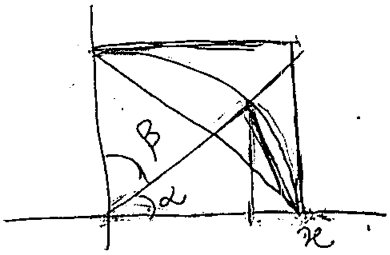
$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1 \qquad k!+(n-k)(k-1)! \qquad k!(1+n-k)$$

$$\frac{(n-1)!}{(n-k)(n-k-1)!\,\cancel{(k-1)!}} + \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!\,k!}$$

$(n-k)!$ $((k-1)!)$

2

sem efeito



$\frac{\cancel{x}\operatorname{sen}\cancel{x}}{2}$ $\quad x \cdot x$

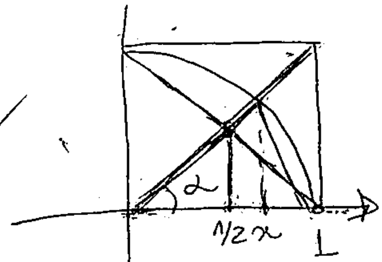
$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{\cancel{1}}{2}$

$\alpha+\beta = 90°$

$\cos\alpha = \operatorname{sen}\beta$

$\frac{\cancel{x}}{2}$ $\quad \frac{x^2}{1}$ $\quad \frac{\cancel{x}}{2}$

$\cancel{\le \frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{x}{2}}$ 1



$\frac{\cos x \operatorname{sen}x}{2} \le \frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{x}{2}$

$\cos x \operatorname{sen}x = \frac{\operatorname{sen}2x}{2}$

$\cancel{\frac{x}{2} - \frac{\operatorname{sen}x}{2}} = \cancel{\frac{x}{2}}$

$\frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{\cancel{\operatorname{sen}x}}{2} \le \frac{1}{2} \le 1$

$\cancel{\frac{1}{2}} \le \frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{x}{2} \le \frac{1}{2} \le 1$

$\frac{\operatorname{sen}2x}{4} \le \frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{x}{2}$

$\cancel{\cos(2x)} = \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x$

$\cancel{= \cos^2 x - (1-\cos^2 x)}$

$= 2\cos^2 x - 1$

$\operatorname{sen}(x+x) = \cos(2x)$

$\therefore D = \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x = 1$

$\cancel{\cos x \operatorname{sen}x}$

$\frac{\cos x \operatorname{sen}x}{2x} = \frac{\cancel{\cos x}}{2x} \cdot \frac{\operatorname{sen}2x}{2\cancel{\cos x}} = \frac{\operatorname{sen}2x}{4x}$

$\frac{x}{2}$

$\frac{(\alpha+\beta)}{2} = \frac{90}{2}$

$\frac{\cos x \cdot \operatorname{sen}x}{2}$

$\frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{\cancel{\operatorname{sen}}x}{2} \le 1$ $\quad \frac{x}{2} \le \frac{1}{2} \le 1$

$\frac{2}{\cos x} \geq 2 \geq \frac{2\operatorname{sen}x}{x} \geq 2\operatorname{sen}x$

$\frac{\operatorname{sen}^2 x}{2} \le \frac{\operatorname{sen}x \cdot x}{2} \le \operatorname{sen}x$

$\frac{\operatorname{sen}x \cdot x}{2x} \le \frac{\operatorname{sen}x}{2x} \le \frac{\operatorname{sen}x}{x\,1-\cos^2 x}$ $\frac{1-\cos^2 x}{2x} \le \frac{\operatorname{sen}x}{2} \le \frac{\operatorname{sen}x}{x}$

$\cos x \operatorname{sen}x \le \operatorname{sen}x \le \frac{x}{2} \le \frac{1}{2} \le 1$

$\frac{\cos x}{2} \le \frac{1}{2} \le \frac{x^2}{2\operatorname{sen}x} \le \frac{1}{2\operatorname{sen}x} \le \frac{1}{\operatorname{sen}x}$