UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	GUILHERME CARVALHO RODRIGUES DA SILVEIRA
Frase	"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire
Reescreva a frase	SE A EDUCAÇÃO SOZINHA NÃO TRANSFORMA A SOCIE-DADE, SEM ELA TAMPOUCO A SOCIEDADE MUDA.

Nº Identificador 19146

Setor Curricular
Matemática

Nº 19146

SE A EDUCAÇÃO SOZINHA NÃO TRANSFORMA A SOCIEDADE, TAMPOUCO A SOCIEDADE MUDA.

QUESTÃO 1:

$A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$ $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 3000$

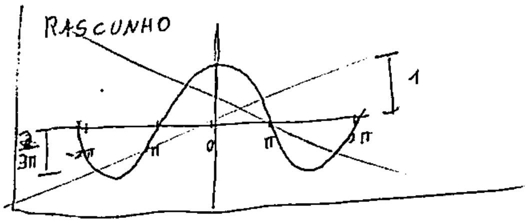
B É SUBCONJUNTO DE A TAL QUE $x \in B$ IMPLICA EM $2x \notin B$

- SENDO x UM NÚMERO NATURAL, SABEMOS QUE $2x$ É PAR, LOGO PODEMOS GARANTIR QUE ~~NENHUM NÚMERO~~ TODOS OS NÚMEROS IMPARES ~~PER~~ PODEM PERTENCER A B
- COMO NOSSO CONJUNTO APRESENTA 3000 ~~TET~~ ELEMENTOS CONSECUTIVOS COMEÇANDO EM UM IMPAR E TERMINANDO EM UM PAR, É FÁCIL PERCEBER QUE TEREMOS 1500 ELEMENTOS IMPARES.
- SE CADA ELEMENTO ~~IMPAR REMOVE~~ I SENDO I IMPAR REMOVE O ELEMENTO PAR 2I, PODEMOS GARANTIR QUE SE O ELEMENTO $2I \notin B$, O ELEMENTO 4I PODE PERTENCER A B.
- COM A ULTIMA CONCLUSÃO, VAMOS INCLUIR TODOS OS PARES DA FORMA 4I ONDE I É IMPAR E $I \in A$ E $4I \in A$
- RESUMIDAMENTE, CADA NÚMERO IMPAR QUE É ADICIONADO A B PODE ELIMINAR ~~ou~~ E/OU ~~AO~~ PERMITIR QUE MAIS UM ELEMENTO SEJA ADICIONADO ~~ADICIONAREMOS TODOS OS PARES QUE, DIVIDIDOS POR 4, RESULTAM EM UM Nº IMPAR)~~
- SENDO ASSIM, QUANDO CHEGASSEMOS AO NÚMERO IMPAR 749, REMOVERIAMOS O 1498, MAS PODERIAMOS ADICIONAR O 2996, SENDO ESSE O ULTIMO PAR A SER ADICIONADO.
- DE 1 ATE 749 TEMOS 375 NÚMEROS IMPARES QUE PERMITEM QUE ADICIONEMOS 375 PARES A B
- ~~FICAMOS COM A CARDINALIDADE MÁXIMA DE 1875 ELEMENTOS~~
- COM ISSO, CONCLUIMOS QUE O VALOR MÁXIMO QUE A CARDINALIDADE DE B PODE ASSUMIR É DE 1875.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: Matemática

Nº 19146



QUESTÃO 3:

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$$

• SE FORMOS VERIFICAR O VALOR DE $\frac{sen(x)}{x}$ QUANDO $x=0$, ENCONTRAREMOS UMA INDETERMINAÇÃO.

• LOGO, PARA CALCULAR ESSE LIMITE PODEMOS UTILIZAR A REGRA DE L'HOSPITAL QUE DIZ QUE O LIMITE de $\frac{sen(x)}{x}$ SERÁ IGUAL AO LIMITE DE $\frac{\frac{d}{dx} sen(x)}{\frac{d}{dx} x}$.

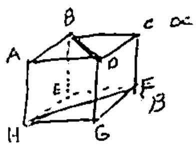
• REALIZANDO AS DERIVADAS CALCULAREMOS O LIMITE $\lim\limits_{x \to 0} \frac{cos(x)}{1}$

COMO PODEMOS VERIFICAR QUE, QUANDO $x=0$, $\frac{cos(x)}{1} = 1$

TEMOS QUE ~~$\lim_{x \to 0} cos(x)$~~ $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{cos(x)}{1} = 1$

//

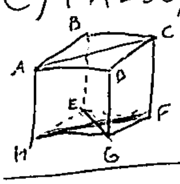
QUESTÃO 4:



a) FALSO, ELAS PODEM SER ~~[illegible]~~ COMO NA FIGURA, AS DIAGONAIS DE FACES OPOSTAS DE UM CUBO $\alpha // \beta$, $\overline{BD}$ NÃO É PARALELA A $\overline{HF}$, MAS TAMBÉM NÃO SE CORTAM.

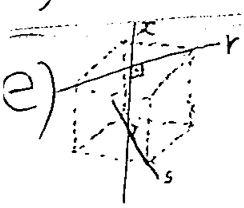
b) FALSO, COMO NO EXEMPLO DO ITEM (a), $\overline{BD}$ E $\overline{HF}$ NÃO SÃO PARALELAS E NÃO SE INTERSECTAM

c) FALSO, UTILIZANDO NOVAMENTE O CUBO ABCDEFGH, AS RETAS $\overline{HF}$ E $\overline{GE}$ QUE SÃO DIAGONAIS DA MESMA FACE, SE CORTAM, MAS ~~SOMENTE~~ $\overline{HF}$ É PARALELA A $\overline{AC}$. ~~QUE É~~ E $\overline{GE}$ NÃO CORTA $\overline{AC}$



d) VERDADEIRO

e)



FALSO, COMO NO EXEMPLO, DIAGONAIS NÃO PARALELAS DE FACES OPOSTAS SÃO PERPENDICULARES SIMULTANEAMENTE A RETA QUE PASSA PELOS CIRCUNCENTROS DESSAS FACES (EM UM CUBO)

Folha 2

Setor Curricular: Matemática

Nº 19146

QUESTAO 4 ; (CONTINUAÇÃO)

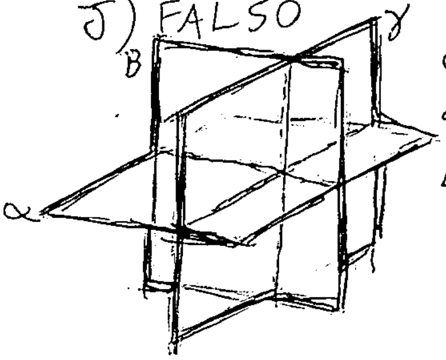
~~e)~~ f) VERDADEIRO

g) VERDADEIRO

h) VERDADEIRO

i) VERDADEIRO

j) FALSO



TRÊS PLANOS PODEM SER, DOIS A DOIS PERPENDICULARES QUANDO EXISTE UM UNICO PONTO PERTENCENTE A ESSES PLANOS SIMULTANEAMENTE

EX: A ORIGEM DE UM EIXO COORDENADO DO R^3.

//

QUESTAO 2: ~~EM UMA PROVA DE CONCURSO PARA PROFESSOR DO COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UFRJ, COMPARECERAM 5 ALUNOS DE MATEMÁTICA E UM ALUNO DE MÚSICA. A ~~con~~ BANCA DO CONCURSO, SEM SABER DO QUANTITATIVO DE ALUNOS, PEDIU QUE FOSSE FOI~~ "SEM EFEITO"

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19146

QUESTÃO 2: a)

1ª) EM UM CONCURSO PARA PROFESSORES DO COLÉGIO DE APLICAÇÃO DA UFRJ, A BANCA DECIDIU PEDIR PARA QUE ~~~~ 3 CANDIDATOS AJUDASSEM NA CONTABILIZAÇÃO DOS PONTOS, MAS DESSES 3, ~~UM~~ PELO MENOS UM DEVERIA SER UM CANDIDATO A PROVA DE MATEMÁTICA.

SABENDO QUE SÓ COMPARECERAM A PROVA. 4 CANDIDATOS A MATEMÁTICA E UM CANDIDATO A MÚSICA, DE QUANTAS FORMAS A BANCA PODE ESCOLHER OS 3 CANDIDATOS?

2ª) COMO A BANCA NAO SABIA QUANTOS CANDIDATOS APARECERIAM ELA PODERIA DETERMINAR QUE DOS ~~N CAND~~ X CANDIDATOS A MATEMÁTICA ESCOLHERIA 1 E DO RESTANTE ESCOLHERIA 2.

ASSIM:

GARANTINDO QUE UM É DE MATEMÁTICA: $C_{4,1} = \binom{4}{1} = 4$

ESCOLHENDO MAIS DOIS DO RESTANTE: $C_{4,2} = \binom{4}{2} = 6$

RESPOSTA $\binom{4}{1} + \binom{4}{2} = 10$ MANEIRAS

3ª SABENDO QUE SÓ EXISTE UM ~~ALUNO~~ CANDIDATO QUE NÃO É DE MATEMÁTICA, QUALQUER ESCOLHA DE TRES CANDIDATOS TERÁ NO MÍNIMO DOIS DE MATEMÁTICA, ASSIM O RESPONSÁVEL PELA SELEÇÃO DOS MESMOS PODE IGNORAR A RESTRIÇÃO E PENSAR QUE ~~DOS 5~~ DOS 5 CANDIDATOS DEVERÁ ESCOLHER 3, CALCULANDO AS POSSIBILIDADES COM:

$$C_{5,3} = C_{5,2}$$

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!\,3!} = 10$$

"SEM EFEITO"

Folha 4

QUESTÃO 2 b)

$$\binom{n}{k} = \binom{4}{0}\binom{n-4}{k-4} + \binom{4}{1}\binom{n-4}{k-3} + \binom{4}{2}\binom{n-4}{k-2} + \binom{4}{3}\binom{n-4}{k-1} + \binom{4}{4}\binom{n-4}{k}$$ QUEREMOS MOSTRAR QUE

~~POR EXAUSTÃO:~~

~~1º método~~

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$ $\binom{1}{0}\binom{1}{1}$

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$ $\binom{2}{0}\binom{2}{1}\binom{2}{2}$

$$\binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} = \binom{n-3}{n-3} + 3\binom{n-3}{n-2} + 3\binom{n-3}{n-1} + \binom{n-3}{k}$$

$\binom{3}{0}\binom{3}{1}\binom{3}{2}\binom{3}{3}$

$$\binom{n-3}{n-3} + 3\binom{n-3}{n-2} + 3\binom{n-3}{n-1} + \binom{n-3}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} +$$
$$+ \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =>$$

$\binom{4}{0}\binom{4}{1}\binom{4}{0}\binom{4}{3}\binom{4}{4}$

$$= \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-3}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

logo $$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-3}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

PODERIAMOS TENTAR MOSTRAR POR INDUÇÃO QUE
$$\binom{n}{k} = \binom{w}{0}\binom{n-w}{k-w} + \binom{w}{1}\binom{n-w}{k-w+1} + \dots + \binom{w}{w}\binom{n-w}{k-w+w}$$
MAS MOSTRANDO AS ETAPAS $W=1$, $W=2$, $W=3$ E $W=4$ E A PASSAGEM DE UMA PARA A OUTRA, TAMBÉM CHEGAMOS NO CASO $W=4$

//

~~QUESTÃO 2~~ : C)

PARA ISSO PRECISARIAMOS DE UM PROBLEMA COM 5 ESCOLHAS ONDE EM CADA ETAPA PODERIAMOS ESCOLHER NO MAXIMO 4 ELEMENTOS

QUESTÃO 2: a)

1ª

EM UM CONCURSO PARA PROFESSORES DO CAp. UFRJ, A BANCA DECIDIU QUE ESCOLHERIA P CANDIDATOS PARA SORTEAR O PONTO DA PROVA OU ESCOLHERIA P+1 CANDIDATOS PARA DIZEREM QUAL PONTO PREFERIAM E O COM MAIS VOTOS GANHARIA.
NO TOTAL, DE QUANTAS FORMAS A BANCA PODE ESCOLHER OS CANDIDATOS

2ª

SE TIVERMOS N CANDIDATOS, FARIAMOS $\binom{N}{P}$ PARA ESCOLHERMOS P CANDIDATOS DE UM TOTAL DE N OU $\binom{N}{P-1}$ PAR FAZERMOS A SEGUNDA FORMA DE ESCOLHA

3ª

MAS PODERIAMOS ADICIONAR UM ~~ALUNO~~ CANDIDATO IMAGINÁRIO AOS N DE FORMA QUE AO ESCOLHERMOS P DOS N+1 IMAGINÁRIO, TEREMOS GRUPOS QUE, QUANDO INCLUIREM O IMAGINÁRIO, SERÃO GRUPOS DE P-1 CANDIDATOS CORRESPONDENTES A SEGUNDA ESCOLHA E QUANDO ELE NÃO ESTIVER, TEREMOS UM GRUPO DE P CANDIDATOS CORRESPONDENTES A PRIMEIRA ESCOLHA LOGO:

$$\binom{N+1}{P} = \binom{N}{P} + \binom{N}{P-1}$$

SEM PERDA DE GENERALIDADE, CHAMANDO N DE J-1 TEMOS:

$$\binom{J}{P} = \binom{J-1}{P-1} + \binom{J-1}{P}$$

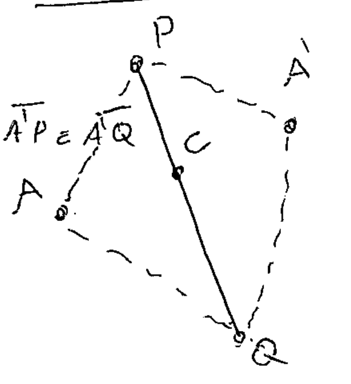
~~QUESTÃO 2: C)~~

QUESTAO 5)

EM PARTICULAR A DISTÂNCIA DE A ATÉ P A ATÉ Q SERÃO IGUAIS A A'P E A'Q

$$D_1 = \sqrt{(x_A - x_P)^2 + (y_A - y_P)^2}$$

$$D_2 = \sqrt{(x_A - x_Q)^2 + (y_A - y_Q)^2}$$



DISTANCIA ENTRE A E A RETA DEVE SER IGUAL A DISTANCIA ENTRE A' E A RETA

~~SEJA C PERTENCENTE A RETA~~ OND

~~$AC \perp PQ$~~

D