UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: RENATA CARDOSO BARBOSA

Frase: "Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Quando a educação não é liberta-
dora, o sonho do oprimido é ser o
opressor." Paulo Freire

Nº Identificador: 19173

"Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor." Paulo Freire

Questão 1

Quero descobrir o valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir. Todavia, sei que $B \subset A$.

Note que posso construir uma função ~~$f: \mathbb{N}^* \to A$~~ (sem efeito)

$f: I^{3000} \to A$, sendo $I^{3000} = \{1, 2, \dots, 3000\} \subset \mathbb{N}$ e f bijetiva por construção.
$n \to n$

Daí, cardinalidade de A é igual a 3000. Então $\text{card } B \leq \text{Card } A = 3000$

E, tenho mais uma informação, que é $x \in B$ implicar $2x \notin B$.
Isto quer dizer que, por exemplo, se $1 \in B$ o 2 não pode pertencer.

Esta afirmação $1 \in B$ e $2 \in B$ é falsa pois toda lógica matemática é fundamentada no princípio da não contradição, que é a proposição ser verdadeira ou falsa, e seria falsa pela condição de existência de B.

Como B pode ser qualquer conjunto que ~~satisfaz~~ (sem efeito) satisfaça as duas condições, podemos analisar possibilidades de B, que são

$B = \{1\}$; $B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$; $B = \{50, \dots, 99, 200, 201, \dots, 399\}$; [...]

Existem diversas maneiras de formar este conjunto. Partindo de um olhar mais desatento, uma das maneiras de aproveitar ao máximo possível a quantidade de elementos do conjunto A é observando sua paridade. Se $x \in A$ é par, $x = 2n$ $\forall n \in \mathbb{N}$; e é dobro de alguém.
$y \in A$ é ímpar, $y = 2n+1$ $\forall n \in \mathbb{N}$ e $y \in B$, da maneira ~~como~~ a otimizar a card B.

Desta maneira, cobrimos ao máximo a cardinalidade de B.

Ex: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, [...], 2999, 3000.

Mas, chamei de olhar desatento, pois faltam ~~um~~ números que podem ser incluídos a B, pois ~~dos~~ não são dobro de ninguém. O 4, por exemplo, pode ser adicionado ao B, pois o $2 \notin B$, sendo $2 = 2.1$, 1 ímpar. O 12 também, pois $6 = 2.3$ e portanto $6 \notin B$. Note que todo número $b = 4.x \in A$ não possui restrição.

Então, otimizamos mais B fazendo ~~interseção~~ união com ímpares e múltiplos de 4. Como os dois conjuntos são disjuntos e por raciocínio análogo a bijeção construída anteriormente,

$\text{Máx Car } B = \text{Card}(2n-1) + \text{Car } 4n_1$, com $1 \leq n \leq 1500$ e $1 \leq n_1 \leq 750$.

$\text{Máx Car } B = 1500 + 750 = 2250$.

Questão 2-

a) Resolvendo a operação de soma matricial, temos

$\binom{n}{k} = \binom{2n-2}{2k-2}$. Então, temos que $n=2$ e $K=1$.

Um problema que eu tinha criado? não entendi bem, vou criar algo nada a ver.

~~1º Enumerando os meses de 1 a 12, sendo 1 janeiro, 2 fevereiro e assim sucessivamente, lancei proposta a turma, que se descobrissem o mês do aniversário da minha mãe e pai sucessivamente, escolheriam o tema da próxima aula. O mês do aniversário da minha mãe era igual seu dobro menos dois, enquanto de meu pai era~~ sem efeito

1º + Considere o polinomio $P(x)$ com $\partial P(x) = n$ e o polinômio $\partial Q(x) = n-2$. Qual o grau gerado pelo produto dos dois?

+ O mesmo problema, substituindo $\partial Q(x) = n-1$

2º Note que em um produto polinomial todos os pares são multiplicados dois a dois. Por exemplo, ~~PQ~~ $P(x) \cdot Q(x) = (p_n x^n + \dots + p_0 x^0)(q_{n-2}x^{n-2} + \dots + q_0 x^0)$ observando esse produto em tabela temos que

$P(x) \backslash Q(x)$	$q_{n-2}x^{n-2}$	$q_{n-3}x^{n-3}$	...	$q_0 x^0$
$p_n x^n$	$p_n q_{n-2} x^{2n-2}$	...		$p_n q_0 x^n$
$p_{n-1}x^{n-1}$	⋮	⋮		
⋮				
$p_0 x_0$	$p_0 q_{n-2} x^{n-2}$	...		$p_0 q_0 x^0$

→ com base na tabela que fizemos $(n-2) \cdot n$ produtos, mas eles são agrupados em x^i com i iguais. Daí, o maior grau que o produto pode assumir, que na realidade é único e a soma dos graus.

3º análoga.

(b) Na questão (b) eu já tenho a sensação que se refere ao binômio de Newton, por conta dos números que multiplicam as matrizes. não consigo relacionar as matrizes com os índices. Mesmo assim, Questão 3. Para demonstração do 1º limite fundamental do cálculo, utilizarei teorema de L'Hôpital. Consiste em um método ~~para~~ que pode auxiliar a solucionar as indeterminações do tipo $\frac{0}{0}$ ou $\frac{\infty}{\infty}$.

~~Note q~~ (sem efeito). É, $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, sendo f e g funções diferenciáveis em uma vizinhança em torno de x_0

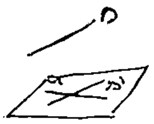
$$\text{Daí, } \lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \cos 0 = 1$$

O teorema de L'Hôpital utiliza a derivada pois ela revela a taxa variacional em um instante $t=0$. Para tanto, podemos enxergar que apesar de as duas tenderem a zero, a função $\operatorname{sen} x$ tem um decaimento muito mais rápido, ~~um~~ tende a zero mais rápido, se comparada a função x.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular matemática.	Nº 19173

Questão 4.

(a) É falsa, pois suponha r e s' perpendiculares e se encontrando no ponto (a,b,c). Agora tome $s \,//\, s'$, ~~...~~ de maneira que s não esteja contida no plano gerado por r e s'. Daí, s não corta r e não são paralelas.



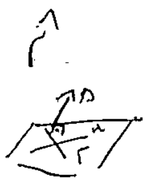
Em uma sala de aula poderíamos apresentar um paralelepípedo de palitos, ou construí-lo coletivamente para melhor observar.

(b) Falsa, pelo mesmo motivo do anterior. r e s ~~são~~ não são paralelas e não se intersectam

(c) Falsa, pelo mesmo motivo do anterior. Basta renomear s' com s e ~~trocar~~ (sem efeito) s com t.

(d) Verdade, pela transitividade do paralelismo.

(e) falsa. Seja r perpendicular a t de maneira que formem um plano e s normal ao plano, intersectando t em um ponto. Como s é normal ao plano e é normal a todas as retas contidas no plano, inclusive a r.



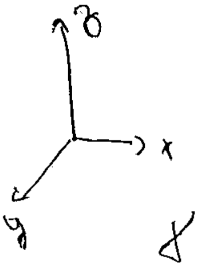
(f) verdadeira

(g) verdadeira

(h) verdadeira

(i) ~~falsa~~ verdadeira ~~, pois paralelismo por definição é não se intersectar.~~ é sem efeito

(j) ~~verdadeira~~ sem efeito falsa. Pensando no plano cartesiano (xyz), três planos delimitados por um plano. Seja $\alpha = xoy$, isto é, o plano delimitado por xoy e $\gamma = zox$ e $\beta = zoy$. Os três planos são perpendiculares entre si dois a dois.



Todas as propriedades acima seriam melhor observadas, principalmente em sala de aula, por meio de um software digital ou um material concreto de baixo custo.

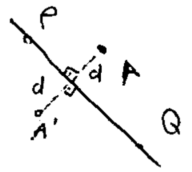
Apesar de profissional, reconheço em mim possíveis dificuldades dos discentes.

Folha 4

Questão 8 Por meio de uma translação do vetor $\vec{PQ}$ até o ponto P podemos encontrar as equações sem queira ~~paramétricas~~ paramétricas da reta, que é a reta que passa pelo ponto e tem direção dados.

$(x, y) = (x_q - x_p, y_q - y_p)t + (x_p, y_p)$, sendo t o parâmetro, sendo o caminho que o ponto P faz sobre o vetor $\vec{PQ}$.

A simetria vem de um de réplica ~~apon~~ a partir de alguma referência. Por exemplo, um ~~par~~ rosto, para ser simétrico precisa ter uma relação de igualdade entre suas metades. Observando pontos sobre o plano, os dois pontos precisam ~~ser pe~~ formar uma reta perpendicular em relação a ~~vetor~~ Reta e que tenham a mesma distância da reta.



Podemos fazer o cálculo por meio do produto interno, onde ~~AB~~ $AA' \cdot PQ = 0$ ~~então~~ se só se são perpendiculares

Então, $AA' = (x_{a'} - x_a, y_{a'} - y_a)$

$$AA' \cdot PQ = (x_{a'} - x_a)(x_q - x_p) + (y_{a'} - y_a)(y_q - y_p) = 0$$

$$\iff \boxed{\frac{(x_{a'} - x_a)}{(y_{a'} - y_a)} = -\frac{(y_q - y_p)}{(x_q - x_p)} \ (1)}$$

Este cálculo é muito expressivo, pois revela que AA' tem que ser proporcional a PQ, multiplicado por -1.

Além disso, como $d(A', PQ) = d(A, PQ)$ temos que $\frac{A + A'}{2} \in \overleftrightarrow{PQ}$, sendo PQ a reta dada. Então $\left(\frac{x_{a'} + x_a}{2}, \frac{y_{a'} + y_a}{2}\right) \in PQ$ e existe $t \in \mathbb{R}$ tal que

$$\frac{x_{a'} + x_a}{2} = (x_q - x_p)t + x_p \iff t = \frac{(x_{a'} + x_a)}{2(x_q - x_p)} - \frac{x_p}{(x_q - x_p)}$$

e $t = \frac{y_{a'} + y_a}{2(y_q - y_p)} - \frac{y_p}{y_q - y_p}$. Como os t são iguais, igualando as eq. temos

$$\boxed{\frac{y_{a'} + y_a}{2(y_q - y_p)} - \frac{y_p}{y_q - y_p} = \frac{x_{a'} + x_a}{2(x_q - x_p)} - \frac{x_p}{(x_q - x_p)} \ (2)}$$

Os duas equações (1), (2) formam um sistema em que ~~os~~ ponto A' é dado a partir de simetria do ponto A em relação a PQ.