UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	CAROLINA MOURA BRASIL CARNEIRO DA SILVA
Frase	"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Nº Identificador 19185

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Questão 3:

Observe que $sen(x) \to 0$, ou seja, $\lim_{x \to 0} sen\, x = 0$.

Além disso, $\lim_{x \to 0} x = 0$.

Neste caso, temos uma indeterminação. $\frac{0}{0}$.

Sendo assim, aplicando a regra de L'hôpital temos:
$(sen\, x)' = \cos x$ e $(x)' = 1$.

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen\, x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \lim_{x \to 0} \cos x = 1$$

Portanto, $\lim_{x \to 0} \frac{sen\, x}{x} = 1$.

~~Questão 4~~

~~(a) Falsa. Caso as retas r e s sejam reversas elas não teriam pontos em comum, porém, não estariam definindo um plano, como ocorre no caso de retas paralelas.~~

~~(b)~~

Sem efeito.

~~Questão 4~~

~~(a) Falsa. Retas paralelas definiriam um único plano, ou seja, existe um plano ~~contendo~~ ~~as r~~ (sem efeito) que conteria as duas retas. Porém, existe o caso que as retas r e s são reversas. Neste caso, não haveria um plano contendo as duas retas e, por~~

Sem efeito

Setor Curricular Matemática

Nº 19185

Questão 4:

(a) Falsa. As retas r e s podem ser reversas. Por isso, apesar de não se ~~cortarem~~ (sem efeito) cortarem, não seriam paralelas.

(b) Falsa. Da mesma maneira no caso anterior, elas podem ser retas reversas. As afirmativas são equivalentes.

(c) Falsa. Neste caso, apesar de t ser paralela a s, t pode não estar em um mesmo plano que contenha r e s. Sendo assim, a reta t seria reversa a reta r e, por isso, não teria ponto de interseção ~~com~~ entre elas.

~~(d) Elas pod~~

(d) Verdadeira.

(e) Falsa. As retas r e s podem ser reversas.

(f) Verdadeira.

(g) Verdadeira

(h) Verdadeira

(i) Verdadeira

(j) Falsa. Considere $r = \alpha \cap \gamma$ e $t = \beta \cap \gamma$. Caso as retas r e t não sejam paralelas, ou seja, sejam concorrentes, teremos que os planos α e β teriam como interseção uma reta perpendicular ao plano γ passando pelo ponto de interseção entre r e t.

Questão 5:

Para determinar as coordenadas do ponto A' podemos fazer uma reflexão seguida de uma rotação e, por fim, uma translação. Vejamos:

• T_1: Reflexão:

$$T_1(A) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_A \\ -y_A \end{pmatrix}$$

(~~T_2~~ sem efeito)

• T_2: Rotação

Observe que o ângulo θ que a reta PQ faz com o eixo Ox é tal que:

$$tg\,\theta = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - y_P}$$

Desta forma:

$$\theta = arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)$$

Com isso, temos que:

$$T_2(T_1(A)) = \begin{pmatrix} \cos\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] & -sen\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \\ sen\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] & \cos\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_A \\ -y_A \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} x_A \cdot \cos\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] + y_A \cdot sen\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \\ x_A \cdot sen\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] - y_A \cos\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \end{pmatrix}$$

• T_3: Translação:

$$\cancel{T_3(T_2(T_1(A))) = T_2(T_1(A)) + P}$$

$$\cancel{A' = \begin{matrix} x_P + x_A \cdot \cos\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] + y_A\, sen\left[arctg\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \\ y_P + x_A \end{matrix}}$$

(Sem efeito)

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19185

Continuação da questão 5:

• T_3: Translação:

$$T_3(T_2(T_1(A))) = T_2(T_1(A)) + P$$

Portanto,

$$A' = \begin{pmatrix} x_P + x_A \cdot \cos\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] + y_A \cdot \operatorname{sen}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \\ y_P + x_A \cdot \operatorname{sen}\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] - y_A \cdot \cos\left[\operatorname{arctg}\left(\frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}\right)\right] \end{pmatrix}$$

Questão 2:

(b) $$\underbrace{\binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3}}_{A} + \underbrace{3\binom{n-4}{k-3} + 3\binom{n-4}{k-2}}_{B} + \underbrace{3\binom{n-4}{k-2} + 3\binom{n-4}{k-1}}_{C} +$$

$$+ \underbrace{\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}}_{D} = I$$

Observe que:

(A) $\binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} = \binom{n-3}{k-3}$

(B) $\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} = \binom{n-3}{k-2}$

(C) $\binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1} = \binom{n-3}{k-1}$

(D) $\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} = \binom{n-3}{k}$

Com isso, podemos reescrever:

$$I = \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

Continuação questão 2 (b)

Temos também que:

$$I = \underbrace{\binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2}}_{A} + \underbrace{2\binom{n-3}{k-2} + 2\binom{n-3}{k-1}}_{B} + \underbrace{1\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}}_{C}$$

Usando a igualdade do item (a):

A) $\binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} = \binom{n-2}{k-2}$

B) $\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} = \binom{n-2}{k-1}$

C) $\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} = \binom{n-3}{k}$

Reescrevendo:

$$I = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

$$= \underbrace{\binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1}} + \underbrace{\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}}$$

$$= \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$= \binom{n}{k}$$

Questão 1:

Os números que não estarão em B são da forma:
$2^{(2n+1)}(2k+1)$.

Desta forma, teríamos uma lista finita de subconjuntos de A que cada um deles forma uma P.A.

Setor Curricular
Matemática

Nº 19185

Observe:

$A_1 : 2\cdot(2K-1) \rightarrow A_1 = (2, 6, 10, 14, \ldots, 2998) \rightarrow n_1$ elementos

$A_2 : 2^3\cdot(2K-1) \rightarrow A_2 = (8, 24, 40, \ldots, 3000) \rightarrow n_2$ elementos

$A_3 : 2^5\cdot(2K-1) \rightarrow A_3 = (32, 96, \ldots, 2984) \rightarrow n_3$ elementos

$A_4 : 2^7 (2K-1) \rightarrow A_4 = (128, 384, \ldots, 2816) \rightarrow n_4$ elementos

$A_5 : 2^9 (2K-1) \rightarrow A_5 = (512, 1536, 2550) \rightarrow 3$ elementos

$A_6 : 2^{11} (2K-1) \rightarrow A_6 = (2048) \longrightarrow 1$ elemento

Para descobrir n_1:

~~2800~~ (sem efeito)

~~PA~~ (sem efeito

$2998 = 2 + 4(n_1 - 1)$

$4n_1 = 2998 - 2 + 4 \Rightarrow n_1 = \frac{3000}{4} = 750$

Para descobrir n_2:

$3000 = 8 + 16(n_2 - 1) \Rightarrow 16n_2 = 3000 - 8 + 16$

$n_2 = \frac{3008}{16} = 138$

$n_3: 2984 = 32 + 64(n_3 - 1) \Rightarrow n_3 = \frac{2984 - 32 + 64}{64}$

$n_3 = 44$

$n_4: 2816 = 128 + 256(n_4 - 1)$

$\Rightarrow n_4 = \frac{2816 - 128 + 256}{256} = 12$

$750 + 138 + 44 + 12 + 3 + 1$

$=$ 948 de A não estão em B

$3000 - 948 =$
2052

Deste modo o conjunto B pode ter no máximo 2052 elementos

Folha 6

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: matemática

Nº 19185

Questão 2

~~(a) De quantas maneiras distintas podemos sortear 3 pessoas, dentre elas o Jo~~

~~(a) De quantas maneiras podemos sortear k pessoas em um grupo com n pessoas sabendo que uma delas é o José? Considere que k pessoas~~

~~Podemos resolver utilizando a combinação simplesmente: (Sem efeito)~~

(a) De quantas maneiras diferentes podemos escolher um grupo de k pessoas dentre n disponíveis sendo que uma delas é o José?

Repare que em nenhum momento o enunciado cita que José precisa ser escolhido.

Podemos então escolher qualquer uma das pessoas. Assim, a resolução seria simplesmente $\binom{n}{k}$.

~~Por outro lado, (sem efeito) poderíamos considerar que uma das k-1 pessoas a ser escolhida não pudesse ser o José e, portanto teríamos que fazer $\binom{n-1}{k-1}$. Porém, como não há nenhuma restrição (sem efeito) devemos considerar o grupo das~~

Escolhendo k-1 pessoas sem o José

Folha 7