UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

## PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

| | |
|---|---|
| Setor | MATEMÁTICA |
| Candidato | ROSANGELA FIGUEIRA DORNAS |
| Frase | "Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire |
| Reescreva a frase | "Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire |

Nº Identificador 19188

Setor Curricular MATEMÁTICA

Nº 19183

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Questão 3: Resolução

Para demonstrar que $\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$, temos que mostrar que $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{sen(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{sen(x)}{x} = 1$.

1º $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{sen(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{sen\, 0}{0} = \frac{0}{0}$ (Aplicando L'Hopital, temos) $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\cos x}{1} = \lim\limits_{x \to 0^-} \frac{\cos 0}{1} = \frac{1}{1} = 1$

2º $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{sen(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{sen(0)}{0} = \frac{0}{0}$ (Aplicando L'Hopital, temos) $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\cos x}{1} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{\cos 0}{1} = \frac{1}{1} = 1$

Temos então que $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{sen(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \frac{sen(x)}{x} = 1$, logo

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$.

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

---

Questão 4: Resolução

Partindo das informações do enunciado da questão, onde $r$, $s$ e $t$ são três retas distintas e que $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ são três planos distintos no espaço tridimensional, colocarei minhas justificativas quando a afirmativa for falsa.

(a) Falsa. As retas $r$ e $s$ podem não se cortar por serem REVERSAS, e não paralelas.

(b) Falsa. Pela mesma justificativa do item anterior; as retas $r$ e $s$ podem ser reversas (ou seja, não são paralelas), e nem por isso quer dizer que devem se intersectarem.

(c) Falsa. Pois as retas $r$ e $s$ podem pertencer ao mesmo plano $\alpha$, por exemplo, e a reta $t$ (paralela a $s$) pertencer a um outro plano $\beta$. Então, a reta $r$ pode não cortar a reta $t$.

(d) Verdadeira.

(e) Falsa. Pois cada pode pode estar em um plano diferente; a reta $r$ pode ser perpendicular a $t$, e $s$ também ser perpendicular a $t$, e mesmo assim $r$ e $s$ não serem paralelas.

(f) Verdadeira.

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire.

(Continuação da Resolução da Questão 4)

(g) Verdadeira.

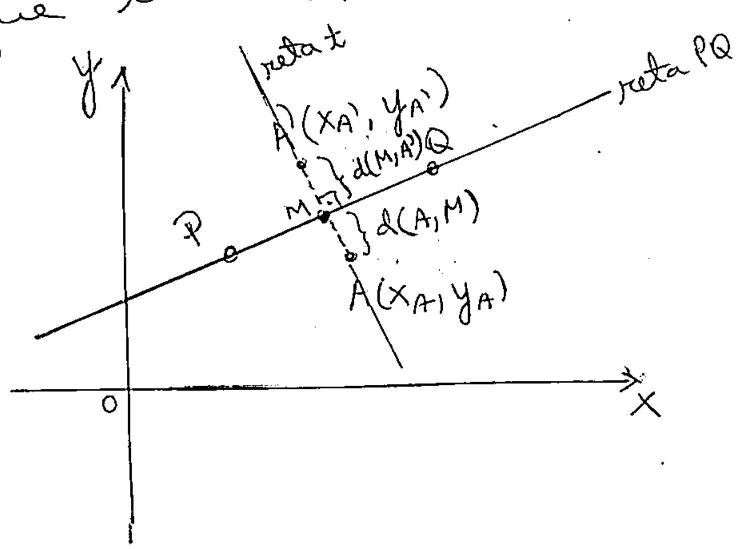
(h) Verdadeira.

(i) Verdadeira.

(j) Falsa. Pois $\alpha$ pode ser perpendicular a $\gamma$ e $\beta$ também ser perpendicular a $\gamma$, e mesmo assim $\alpha$ ser perpendicular a $\beta$.

Questão 5: Resolução

Sejam os pontos $P=(x_P, y_P)$ e $Q=(x_Q, y_Q)$ pertencentes à reta PQ, e um ponto $A=(x_A, y_A)$ um ponto fora desta reta. Para determinar as coordenadas do ponto $A'$, simétrico de $A$, em relação à reta PQ, temos que ter $d(A, \text{reta } PQ) = d(A', \text{reta } PQ)$.




- reta t contém os pontos A e A'.
- reta t ⊥ reta PQ.
- ponto M ∈ reta t e à reta PQ.
- ponto M é o ponto médio entre os pontos A e A'.

| Concurso Público EBTT CAp-UFRJ<br>Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018. | Setor Curricular<br>MATEMÁTICA | Nº 19188 |
| --- | --- | --- |

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

(Continuação da Questão 5)

Consideremos o ponto $M = \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2}\right)$ o ponto médio que ~~pertence~~ pertence à reta t que passa pelos pontos A e A' (como mostra o gráfico desenhado na página anterior). Para calcular a distância entre a reta PQ e os pontos A e A', basta calcularmos a distância entre os pontos A e M, A' e M.

- $d(A, M) = \sqrt{\left(\frac{x_A + x_{A'}}{2} - \frac{x_A}{1}\right)^2 + \left(\frac{y_A + y_{A'}}{2} - \frac{y_A}{1}\right)^2}$

$d(A, M) = \sqrt{\left(\frac{x_A + x_{A'} - 2x_A}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_A + y_{A'} - 2y_A}{2}\right)^2}$

$d(A, M) = \sqrt{\left(\frac{x_{A'} - x_A}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_{A'} - y_A}{2}\right)^2}$

- $d(M, A') = \sqrt{\left(\frac{x_{A'}}{1} - \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}\right)\right)^2 + \left(\frac{y_{A'}}{1} - \left(\frac{y_A + y_{A'}}{2}\right)\right)^2}$

$d(M, A') = \sqrt{\left(\frac{2x_{A'} - x_A - x_{A'}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2y_{A'} - y_A - y_{A'}}{2}\right)^2}$

$d(M, A') = \sqrt{\left(\frac{x_{A'} - x_A}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_{A'} - y_A}{2}\right)^2}$

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

(Continuação da Questão 5)

A equação da reta PQ, que passa pelo ponto M, e é perpendicular à reta t, pode ser dada por:

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_P & y_P & 1 \\ x_Q & y_Q & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_P & y_P & 1 \\ x_Q & y_Q & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} x & y \\ x_P & y_P \\ x_Q & y_Q \end{matrix} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x.y_P + y.x_Q + x_P y_Q - x_Q y_P - x y_Q - y x_P = 0$$

$$\Rightarrow x(y_P - y_Q) + y(x_Q - x_P) + (x_P y_Q - x_Q y_P) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{(y_P - y_Q)x - (x_P - x_Q)y + (x_P y_Q - x_Q y_P) = 0}$$

Como as retas t e reta PQ são perpendiculares, o coeficiente angular de uma é o inverso da outra e com sinal trocado.

. Eq. reta PQ (reduzida): $\boxed{y = \frac{(y_P - y_Q)x}{(x_P - x_Q)} + \frac{(x_P y_Q - x_Q y_P)}{(x_P - x_Q)}}$

. Eq. reta t (reduzida): $\boxed{y = -\frac{(x_P - x_Q)}{(y_P - y_Q)} x + \frac{(x_P y_Q - x_Q y_P)}{(x_P - x_Q)}}$

| Concurso Público EBTT CAp-UFRJ<br>Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018. | Setor Curricular<br>MATEMÁTICA | Nº 19188 |
|---|---|---|

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire

Questão 2: Resolução

a) Para provar que $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, temos que partir do princípio que $C_n^p = \binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$, onde $p + (n-p) = n$.

Problema de contagem: Uma urna contém 5 bolas numeradas de 1 a 5. Cada bola desta urna possui mesma massa, mesmo tamanho. Qual é a probabilidade de retirarmos, ao acaso, três bolas dessa urna e o número sorteado ser maior ou igual a 3?

$$C_5^3 = \binom{5}{3} = \binom{5}{5-3}$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{3!(5-3)!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!\,2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}\,2 \cdot 1} = \frac{20}{2} = 10$$ possibilidades de retiradas das três bolas.

Evento $A = \{$o nº sorteado ser maior ou igual a 3$\}$

$A = \{3, 4, 5\} \longrightarrow n(A) = 3$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire.

Questão 1 : Resolução

Sabendo que $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$ e que B é um subconjunto do conjunto A, tal que $x \in B$, implica em $2x \notin B$, para determinar o valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir, podemos supor que $B = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 16, 17, 19, 20, 21, 23, 25, 27, 28, 29 \ldots 2999\}$

isso implica que $\overline{B} = \{2, 6, 8, 10, 14, 18, 22, 24, 26, 30, 32, 34, 38, 40 \ldots 3000\}$

Então B pode ser composto por todos os ímpares de 1 a 2999 e mais alguns pares.

Portanto o valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir é $Card(B) = máx(1500 + 50) \Rightarrow$

$Card(B) = máx(1550)$.