UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: GILMAR FERREIRA FONTES

Frase: "Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Nº Identificador: 19210

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19210

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Questão 2:

a) 1º) Em uma sala de aula com 20 alunos, o professor reune esses alunos em grupos de 4 para realização de uma atividade proposta. Desta forma, quantas possíveis maneiras pode-se ~~obter~~ ter esses grupos?

Solução 1 (Primeiro membro):

Combinação de 20 tomados 4 a 4, logo:

$$n = 20,\ k = 4 \rightarrow \binom{n}{k} = \binom{20}{4} = \frac{20!}{16!\,4!} = \frac{\overset{5}{\cancel{20}} \cdot 19 \cdot \overset{3}{\cancel{18}} \cdot 17 \cdot \cancel{16!}}{\cancel{16!}\ \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1}$$

$$\binom{20}{4} = 5 \cdot 19 \cdot 3 \cdot 17 = \boxed{4845 \text{ maneiras}}$$

Solução 2: (Segundo membro):

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{19}{3} + \binom{19}{4} = \frac{19!}{16!\,3!} + \frac{19!}{15!\,4!} =$$

$$= \frac{19 \cdot \overset{3}{\cancel{18}} \cdot 17 \cdot \cancel{16!}}{\cancel{16!}\ \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} + \frac{19 \cdot \overset{3}{\cancel{18}} \cdot 17 \cdot \overset{4}{\cancel{16}} \cdot \cancel{15!}}{\cancel{15!}\ \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 19 \cdot 3 \cdot 17 + 19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 4 =$$

$$= 19 \cdot 3 \cdot 17 (1 + 4) = 19 \cdot 3 \cdot 17 \cdot 5 = \boxed{4.845 \text{ maneiras}}$$

b) $$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\left[\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}\right] + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

Continuação na Folha 2

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19210

Continuação da Questão 2, item b:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\left[\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2}\right] + 3\left[\binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1}\right] + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}.$$

c) $n = 20$ e $k = 4$ tem-se:

$$\binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =$$

$$= \binom{16}{0} + 4\binom{16}{1} + 6\binom{16}{2} + 4\binom{16}{3} + \binom{16}{4} =$$

$$= 1 + 4 \cdot 16 + 6 \cdot 120 + 4 \cdot 560 + 1820 =$$

$$= 1 + 64 + 720 + 2240 + 1820 = \boxed{4.845 \text{ maneiras}}$$

//

Questão 4:

a) Falso, pois as retas r e s podem ser reversas e não paralelas.

b) Falso, ~~pois~~ as retas r e s podem ser reversas, desta forma não se intersectam.

c) Falso, pois as retas s e t podem ser paralelas e reversas sendo t em um plano distinto ao plano que contém as retas r e s.

d) Verdadeiro.

e) Falso, pois r e s podem ser concorrentes e serem perpendiculares a t.

Folha 2

continuação na outra folha.

Continuação da Questão 4:

f) Verdadeiro.

g) Verdadeiro.

h) Falso, pois α e β podem ser planos coincidentes.

i) Verdadeiro

j) Falso, pois α e β podem ser concorrentes entre si e ambos perpendiculares a γ.

//

Questão 1:

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \ldots, 2999\}$

ou seja, $B = 2n - 1$, com $\{n \in \mathbb{N} / 1 \leq n \leq 1500\}$.

em outras palavras, o conjuto B são todos os números ímpares positivos de 1 à 2999.

Desta forma B possui 1.500 elementos, ou seja $n(B) = 1500$, este é o conjunto de B com o máximo valor de elementos.

//

Questão 5:

Seja r a reta que passa pelos pontos P e Q, como A' é simétrico de A em relação a r, resulta que r é a mediatriz do segmento de reta $\overline{AA'}$, assim considerando M o ponto médio de $\overline{AA'}$, ~~obtém~~ que M é o ponto em que r e $\overline{AA'}$ se intersectam.

Continuação na Folha 4

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19210

Continuação da Questão 5!

Segue assim que a distância de P a A é a mesma de P a A' e a distância de Q a A é a mesma de ~~Q~~ Q a A'

Considerando o ponto $A' = (x_{A'}, y_{A'})$, segue que:

$$M = \left(\frac{x_A + x_{A'}}{2}, \frac{y_A + y_{A'}}{2}\right)$$

$$d_{PA} = d_{PA'} \Rightarrow \sqrt{(x_P - x_A)^2 + (y_P - y_A)^2} = \sqrt{(x_P - x_{A'})^2 + (y_P - y_{A'})^2}$$

$$\cancel{x_P^2} - 2x_Px_A + x_A^2 + \cancel{y_P^2} - 2y_Py_A + y_A^2 = \cancel{x_P^2} - 2x_Px_{A'} + x_{A'}^2 + \cancel{y_P^2} - 2y_Py_{A'} + y_{A'}^2$$

Logo:

$$-2x_Px_A + x_A^2 - 2y_Py_A + y_A^2 = -2x_Px_{A'} + x_{A'}^2 - 2x_Py_{A'} + y_{A'}^2$$

$$2(x_Px_{A'} - x_Px_A) + 2(y_Py_{A'} - y_Py_A) + x_A^2 - x_{A'}^2 + y_A^2 - y_{A'}^2 = 0$$

$$2x_P(x_{A'} - x_A) + 2y_P(y_{A'} - y_A) + (x_A + x_{A'})(x_A - x_{A'}) + (y_A - y_{A'})(y_A + y_{A'}) = 0$$

$$(x_A - x_{A'})(x_A + x_{A'} - 2x_P) + (y_A - y_{A'})(y_A + y_{A'} - 2y_P) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \cancel{x_A - x_{A'} = 0 \text{ ou } x_A + x_{A'} - 2x_P = 0 \Rightarrow x_{A'} = 2x_P - x_A} \\ \cancel{y_A - y_{A'} = 0 \text{ ou } y_A + y_{A'} - 2y_P = 0 \Rightarrow y_{A'} = 2y_P - y_A} \end{array}\right\} \text{SEM EFEITO}$$

~~Analogamente,~~

$$\left.\begin{array}{l} \cancel{d_{QA} = d_{QA'} \text{ resulta}: \ x_{A'} = 2x_Q - x_A} \\ \cancel{y_{A'} = 2x_Q - y_A} \end{array}\right\} \text{SEM EFEITO.}$$

Folha 4