UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: ELCIO PASOLINI MILLI

Frase: "Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Nº Identificador: 19220

Setor Curricular
Matemática

Nº 19220

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano"
Paulo Freire

Questão 1: Ao pensar sobre a cardinalidade de B podemos pensar num possível conjunto e seus elementos. Vamos começar pelos maiores números pertencentes ao conjunto A e vamos retirando aqueles que não podem estar também simultaneamente em B. Portanto temos:

$\{3000, 2999, \ldots, 1502, 1501\} \in B \to 1500$ elementos

$\{1500, 1499, \ldots, 752, 751\} \notin B$

$\{750, 749, \ldots, 377, 376\} \in B \to 375$ elementos

$\{375, 374, \ldots, 189, 188\} \notin B$

$\{187, 186, \ldots, 95, 94\} \in B \to 94$ elementos

$\{93, 92, \ldots, 48, 47\} \notin B$

$\{46, 45, \ldots, 25, 24\} \in B \to 23$ elementos

$\{23, 22, \ldots, 13, 12\} \notin B$

$\{11, 10, \ldots, 7, 6\} \in B \to 6$ elementos

$\{4, 5\} \notin B$

$\{2\} \in B \to 1$ elemento

$\{1\} \notin B$

Somando os elementos totais deste possível conjunto com mais cardinalidade temos 1999. Portanto o valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir é 1999.

Questão 3:

Temos que as funções $f(x) = \operatorname{sen} x$ e $g(x) = x$ são funções reais contínuas em seus domínios reais. Portanto uma primeira tentativa de resolver este limite seria a substituição do valor do limite aplicado no ponto e nas próprias funções. Veja:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \frac{\lim_{x \to 0} \operatorname{sen} x}{\lim_{x \to 0} x} = \frac{\operatorname{sen} 0}{0} = \frac{0}{0}$$

O que resulta numa resposta indeterminada já que não existe divisão por zero no conjunto real. No entanto essa indeterminação nos permite aplicar a regra de L'Hospital que afirma que $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. Isto é, derivada das funções no numerador e denominador e aplica-se o limite novamente.

Assim temos:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{(\operatorname{sen} x)'}{(x)'} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = \lim_{x \to 0} \cos x = \cos 0 = 1.$$

Portanto $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$ como queríamos demonstrar.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19220

Questão 4:

(a) Falsa, pois as retas podem ser reversas, isto é elas não se cortam pois estão em planos paralelos no entanto não são necessariamente paralelas.

(b) Falsa, pois as retas r e s podem ser reversas. Não são paralelas mas também não se intersectam.

(c) Falsa. Suponha que r e s estejam num mesmo plano α e que r corta s. Suponha que t esteja num plano β, paralelo a α sendo t paralelo a s. Portanto não podemos concluir que r corta t já que estão em planos diferentes.

(d) Verdadeira.

(e) Falsa. No espaço tridimensional podemos ter r e s como sendo retas reversas, não pertencendo, portanto, necessariamente ao mesmo plano.

(f) Verdadeira.

(g) Verdadeira.

(h) Verdadeira.

(i) Verdadeira.

(j) Verdadeira.

Questão 5:

Dados os pontos $P(x_p, y_p)$ e $Q(x_q, y_q)$, podemos determinar uma reta que passa por estes pontos. Temos:

$(y - y_0) = a(x - x_0)$ onde $a = \frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}$, portanto $(y - y_p) = a(x - x_p)$ tomando P como ponto de referência.

Podemos determinar uma reta perpendicular a esta que passa por $A(x_a, y_a)$.

$(y - y_a) = -\frac{1}{a}(x - x_a)$

Desse forma podemos tomar o ponto de interseção entre as retas que chamamos de $M(x_m, y_m)$.

Pela primeira equação temos $y_m = a(x - x_p) + x_p$ e pela segunda temos

$x_m = -a(y - y_a) - x_a$.

Assim podemos tomar o vetor $\vec{AM} = \langle x_m - x_a, y_m - y_a \rangle$ e aplicá-lo sobre o ponto M, tendo o ponto $A' = (x_m + x_m - x_a ; y_m + y_m - y_a) = (2x_m - x_a, 2y_m - y_a)$.

Substituindo os valores temos:

$$A' = \left(2 \cdot \left(\frac{y_p - y_q}{x_p - x_q}\right)(y - y_a) - 2x_a ,\ 2 \cdot \left(\frac{y_q - y_p}{x_q - x_p}\right)(x - x_p) + x_p - y_a\right)$$