UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: LUCAS MEDEIROS E MELO

Frase: "Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Nº Identificador: 19228

"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Questão 1

$A = \{x \in \mathbb{N}^*;\ x \leq 3000\}$.

$B \subset A$; $x \in B \Rightarrow 2x \notin B$.

Vamos obter a cardinalidade máxima de B por etapas, reunindo o máximo de elementos em cada uma delas:

1º) Para todo $x \in A$ tal que $1500 < x \leq 3000 \Rightarrow 3000 < 2x \leq 6000 \Rightarrow 2x \notin A$

Consequentemente, $2x \notin B \subset A$.

Assim $\{x \in A;\ 1500 < x \leq 3000\} \subset B$.

Chamando este conjunto de $B_1 = \{x \in A;\ 1500 < x \leq 3000\}$, a cardinalidade de B_1 é igual a 1500.

~~2º) Para todo~~ $\cancel{x \in A}$ ~~tal que~~ $\cancel{750 < x < 1500 \Rightarrow 1500 \leq 2x < 3000 \Rightarrow 2x \notin B_1}$

~~Como~~ $\cancel{B_1 \subset B}$, ~~então~~ $\cancel{2x \notin B}$.

~~Assim~~, $\cancel{B_2 = \{x \in A;}$

(SEM EFEITO)

2º) Seja $B_2 = \{x \in A;\ 750 < x \leq 1500\}$

$x \in B_2 \Rightarrow 750 < x \leq 1500 \Rightarrow 1500 < 2x \leq 3000 \Rightarrow 2x \in B_1 \subset B$

$\Rightarrow 2x \in B$, Logo, B_2 não contribui com a cardinalidade de B, pois nenhum elemento de B_2 pode estar em B, pela construção de B_1 anterior.

$$B_2 \cap B = \emptyset$$

Continuação Questão 1:

3º) Seja $B_3 = \{x \in A ; 375 < x \leq 750\}$

$x \in B_3 \Rightarrow 375 < x \leq 750 \Rightarrow 750 < 2x \leq 1500 \Rightarrow 2x \in B_2$

Como $B_2 \cap B = \emptyset$, então todo elemento de B_3 pode estar em B,

já que $x \in B_3 \Rightarrow 2x \in B_2$ e $B_2 \cap B = \emptyset \Rightarrow 2x \notin B$.

A cardinalidade de B_3 é igual a 375. $B_3 \subset B$

4º) Seja $B_4 = \{x \in A ; 188 \leq x \leq 375\}$

$x \in B_4 \Rightarrow 188 \leq x \leq 375 \Rightarrow 375 < 2x \leq 750 \Rightarrow 2x \in B_3 \subset B$

Assim, $B_4 \cap B = \emptyset$.

5º) Seja $B_5 = \{x \in A ; 94 \leq x < 188\}$

$x \in B_5 \Rightarrow 94 \leq x < 188 \Rightarrow 188 \leq 2x < 376 \Rightarrow 188 \leq 2x \leq 375 \Rightarrow 2x \in B_4$

Como $B_4 \cap B = \emptyset$, então $2x \notin B$.

Assim, $B_5 \subset B$ e a cardinalidade de B_5 é igual a 94.

6º) Seja $B_6 = \{x \in A ; 47 \leq x < 94\}$

$x \in B_6 \Rightarrow 2x \in B_5 \subset B$. Logo $B_6 \cap B = \emptyset$.

7º) Seja $B_7 = \{x \in A ; 24 \leq x < 47\}$

$x \in B_7 \Rightarrow 2x \in B_6 \Rightarrow 2x \notin B \Rightarrow B_7 \subset B$

A cardinalidade de B_7 é igual a 23

8º) Seja $B_8 = \{x \in A ; 12 \leq x < 23\}$

$x \in B_8 \Rightarrow 2x \in B_7 \subset B \Rightarrow 2x \in B$. Logo $B_8 \cap B = \emptyset$.

Continuação Questão 1:

9º) Seja $B_9 = \{x \in A;\ 6 \leq x \leq 11\}$

$x \in B_9 \Rightarrow 2x \in B_8$ e $B_8 \cap B = \emptyset \Rightarrow 2x \notin B \Rightarrow B_9 \subset B$.

A cardinalidade de B_9 é igual a 6.

10º) $B_{10} = \{3, 4, 5\}$

$x \in B_{10} \Rightarrow 2x \in \{6, 8, 10\} \subset B_9 \subset B \Rightarrow B_{10} \cap B = \emptyset$

11º) $2 \in B$, pois $4 \in B_{10}$ e $B_{10} \cap B = \emptyset$.

$B_{11} = \{2\}$ tem cardinalidade 1.

12º) $1 \notin B$, pois $2 \in B$.

Como os conjuntos construídos são todos disjuntos e a soma direta corresponde ao conjunto A, então o subconjunto B terá cardinalidade máxima com a soma das cardinalidades dos conjuntos que o compoem.

$B = B_1 \oplus B_3 \oplus B_5 \oplus B_7 \oplus B_9 \oplus B_{11}$

Cardinalidade máxima de B é igual à $1500 + 375 + 94 + 23 + 6 + 1 =$

Questão 5

Seja r a reta PQ. O coeficiente angular de r é $m_r = \dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$

A reta s, determinada pelos pontos AA', é perpendicular à reta r.
Portanto, $m_s = \dfrac{-1}{m_r}$ é o coeficiente angular de s.

$$m_s = \frac{-1}{\dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}} \Rightarrow m_s = \frac{x_P - x_Q}{y_Q - y_P}$$

As equações das retas r e s são:

$$r: y - y_P = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} \cdot (x - x_P) \qquad s: y - y_A = \frac{x_P - x_Q}{y_Q - y_P} \cdot (x - x_A)$$

Seja M o ponto de interseção entre as retas r e s.
M é também o ponto médio do segmento AA', por simetria.

$M = (x_M, y_M)$ e $A' = (a, b)$

~~a = 2~~ (sem efeito)

$$x_M = \frac{a + x_A}{2} \Rightarrow a = 2x_M - x_A$$

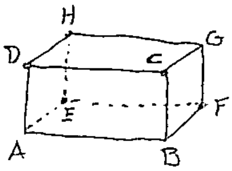
$$y_M = \frac{b + y_A}{2} \Rightarrow b = 2y_M - y_A$$

Logo, $A' = (2x_M - x_A ; 2y_M - y$

onde $M = (x_M, y_M) = r \cap s$

Questão 4

a) Falsa



No paralelepípedo da figura, por exemplo, as retas suporte das arestas AB e DH não se cortam, mas não são paralelas.

b) Falsa.

Aproveitando a figura do item (a), as retas das arestas AB e DH não são paralelas, são reversas, mas não se intersectam.

c) Falsa.

A reta $\underline{t}$ pode estar em um plano paralelo ao plano determinado por $\underline{r}$ e $\underline{s}$, por exemplo. Na figura do item (a), essa situação pode ser ilustrada considerando as retas: $r = \overleftrightarrow{AB}$; $s = \overleftrightarrow{BF}$ e $t = \overleftrightarrow{CG}$.

d) Verdadeiro

e) Falsa.

Na figura do item (a), basta considerar $r = \overleftrightarrow{CB}$, $s = \overleftrightarrow{BF}$ e $t = \overleftrightarrow{AB}$.

f) Verdadeiro

g) Verdadeiro

h) Verdadeiro

i) Verdadeiro

j) Falso.

Na figura do item (a), basta considerar os planos

α: face dos pontos ABCD ; β: face dos pontos BCFG.

γ: face dos pontos CDHG.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular: Matemática	Nº 19228

Questão 2

b) Aplicando sucetivamente a relação do item (a), temos:

$$\binom{n}{K} = \binom{n-1}{K-1} + \binom{n-1}{K} = \binom{n-2}{K-2} + \binom{n-2}{K-1} + \binom{n-2}{K-1} + \binom{n-2}{K} =$$

$$= \binom{n-3}{K-3} + \binom{n-3}{K-2} + \binom{n-3}{K-2} + \binom{n-3}{K-1} + \binom{n-3}{K-2} + \binom{n-3}{K-1} + \binom{n-3}{K-1} + \binom{n-3}{K}$$

$$= \binom{n-4}{K-4} + \binom{n-4}{K-3} + \binom{n-4}{K-3} + \binom{n-4}{K-2} + \binom{n-4}{K-3} + \binom{n-4}{K-2} + \binom{n-4}{K-2} + \binom{n-4}{K-1} + \binom{n-4}{K-3} + \binom{n-4}{K+2}$$

$$+ \binom{n-4}{K-2} + \binom{n-4}{K-1} + \binom{n-4}{K-2} + \binom{n-4}{K-1} + \binom{n-4}{K-1} + \binom{n-4}{K}$$

$$= \binom{n-4}{K-4} + 4\binom{n-4}{K-3} + 6\binom{n-4}{K-2} + 4\binom{n-4}{K-1} + \binom{n-4}{K}$$

a) No triângulo de Pascal, o elemento na linha $\underline{n}$ e coluna $\underline{K}$ é igual à soma dos elementos da linha $\underline{n-1}$ e colunas $\underline{K-1}$ e $\underline{K}$.

Problema: ~~Determine o elemento da~~