UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: AUGUSTO FREDERICO BURLE NETO

Frase: "Quando a educação não é libertadora, o sonho do oprimido é ser o opressor." Paulo Freire

Reescreva a frase: "QUANDO A EDUCAÇÃO NÃO É LIBERTADORA, O SONHO DO OPRIMIDO É SER O OPRESSOR." PAULO FREIRE

Nº Identificador: 19229

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ

Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular

Nº 19229

QUESTÃO

(1) COMO NENHUM NÚMERO ÍMPAR É O DOBRO DE ALGUM NÚMERO NATURAL, TODOS OS NÚMEROS ÍMPARES PERTENCEM AO SUBCONJUNTO DE A QUE TEM CARDINALIDADE MÁXIMA E SEGUE A CONDIÇÃO IMPOSTA NO ENUNCIADO DESSA QUESTÃO.

VEJAMOS A SEQUÊNCIA DOS NÚMEROS PARES QUE PERTENCEM A TAL SUBCONJUNTO DE A COM CARDINALIDADE MÁXIMA:

4, 12, 16, 20, 28, 36, 44, 48, 52, 60, 64, 68, 76, 80, 84, 92, 100, 108, 112, 116, 124, 132, 140, 144, 148, 156, 164, 172,
176, 180, 188, 192, 196, 204, 208, 212, 220, 228, 236, 240, 244, 252, 256, 260, 268, 272, 276, 284,
292, 300, 304, 308, 316, 320, 324, 332, 336, 340, 348, 356, 364, 368, 372, 380, 388, 396, 400, 404, 412, 420,
428, 432, 436, 444, 448, 452, 460, 464, 468, 476, 484, 492, 496, 500, 508, 516, 524, 528, 532, 540,
548, 556, 560, 564, 572, 576, 580, 588, 592, 596, 604, 612, 620, 624, 628, 636, 644, 652, 656, 660,
668, 676, 684, 688, 692, 700, 704, 708, 716, 720, 724, 732, 740, 748, 752, 756, 764, 768, 772, 780,
784, 788, 796, 804, 812, 816, 820, 828, 832, 836, 844, 848

Folha 1

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular	Nº 19229

Questão

(2) a) Seja x um dos n elementos de um conjunto A. O conjunto dos subconjuntos de A contendo K elementos $(K \geq 1)$ pode ser particionado em dois conjuntos: o conjunto dos subconjuntos de A com k elementos, sendo x um desses elementos, e o conjunto dos subconjuntos de A com K elementos em que x não é um desses K elementos. No 1º caso, para descobrirmos quantos são esses subconjuntos, procedemos da seguinte forma: para formarmos um subconjunto ao qual x pertença, temos que escolher, entre os outros $n-1$ elementos de A, os $K-1$ elementos que vão se "juntar" ao elemento x. Logo, a quantidade desses subconjuntos é igual a $\binom{n-1}{k-1}$. No 2º caso, já que x não pode fazer parte de nenhum subconjunto, para formar cada um desses subconjuntos, procedemos da seguinte forma: temos que escolher, entre os outros $n-1$ elementos de A, os K elementos do subconjunto. Logo, a quantidade desses subconjuntos é igual a $\binom{n-1}{k}$. Como o número de subconjuntos de A é igual a $\binom{n}{k}$, concluímos que

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

b)

$$\binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =$$

$$= \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} +$$

$$+ \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =$$

$$= \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} =$$

$$= \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} =$$

$$= \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

c.q.d.

2) c) Sejam x, y, z e w 4 elementos de um conjunto A cuja cardinalidade é igual a n. O conjunto dos subconjuntos de A contendo K $(K \geq 4)$ elementos pode ser particionado em:

B: conjunto dos subconjuntos de A aos quais nenhum dos elementos x, y, z e w pertença

C: " " " " A aos quais somente um desses 4 elementos pertença

D: " " " " A aos quais dois desses 4 elementos pertença

E: " " " " A aos quais três desses 4 elementos pertença

F: " " " " A aos quais x, y, z e w pertençam

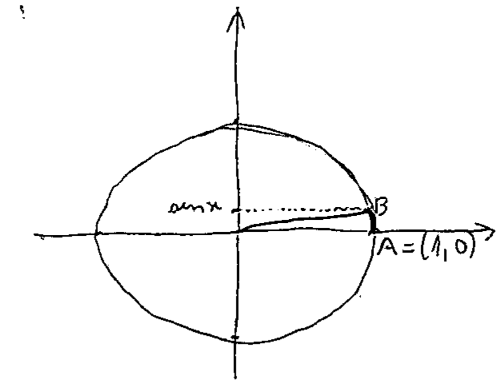
Temos: $n(F) = \binom{n-4}{k-4}$, $n(E) = 4.\binom{n-4}{k-3}$, $n(D) = 6.\binom{n-4}{k-2}$,

$n(C) = 4.\binom{n-4}{k-1}$ e $n(B) = \binom{n-4}{k}$.

Como, pelo princípio aditivo, $n(A) = n(F) + n(E) + n(D) + n(C) + n(B)$

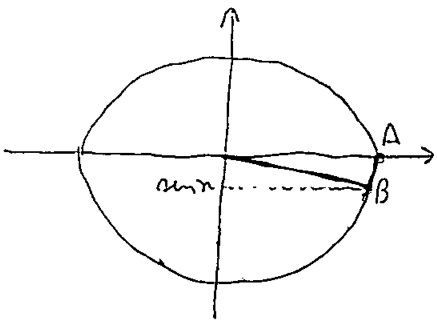
concluímos que: $\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$.

Questão 3



Quando x tende a 0 pela direita, ou seja, quando o ponto B da figura de cima se aproxima do ponto $A=(1,0)$, x, que é o comprimento do arco $\widehat{AB}$ se aproxima da medida do segmento que liga perpendicularmente o ponto B ao eixo x, sendo essa medida o valor de sen x.

Logo, $\lim_{x \to 0^+} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$.



Quando x tende a 0 pela esquerda, ou seja, quando o ponto B da figura de baixo se aproxima do ponto A, x, que nesse caso é o simétrico do comprimento do arco $\widehat{AB}$ se aproxima do simétrico da medida do segmento que liga perpendicularmente o ponto B ao eixo x, sendo o simétrico dessa medida o valor de sen x. Logo, $\lim_{x \to 0^-} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$.

Como os limites laterais são iguais, concluímos que $\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = 1$.

Setor Curricular

Nº 19229

QUESTÃO 4

a) FALSA, POIS, SE r E s FOREM RETAS REVERSAS, ELAS NÃO SE CORTARÃO E NÃO SERÃO PARALELAS.

b) FALSA. NOVAMENTE, SE r E s FOREM RETAS REVERSAS, ELAS NÃO SERÃO PARALELAS E NÃO SE INTERSECTARÃO.

c) FALSA. SEJA α O PLANO GERADO POR r E s. SEJA t UMA RETA PARALELA A s E PARALELA A α. NESSE CASO, r CORTA s E s É PARALELA A t, MAS r NÃO CORTA t.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular

Nº 19229

QUESTÃO 4

d) VERDADEIRA

e) FALSA. SEJAM r, t E s AS RETAS RESPECTIVAMENTE CORRESPONDENTES AOS EIXOS x, y E z DO $\mathbb{R}^3$. NESSE CASO, TEMOS QUE r É PERPENDICULAR A t E s TAMBÉM É PERPENDICULAR A t, MAS r E s NÃO SÃO PARALELAS (VISTO QUE r E s SÃO PERPENDICULARES).

f) VERDADEIRA

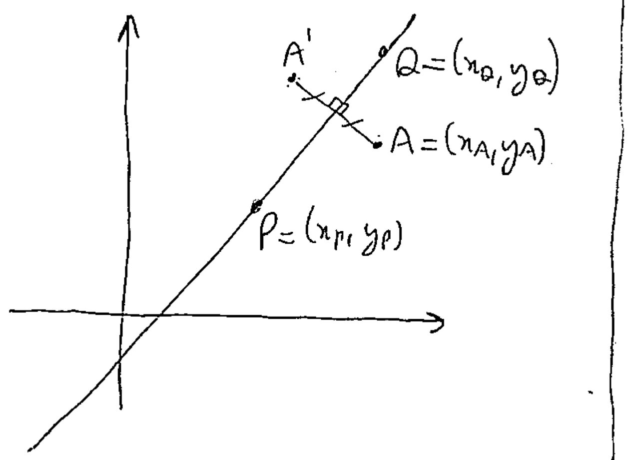
g) VERDADEIRA

h) VERDADEIRA

i) VERDADEIRA

j) FALSA. SEJAM α, β E γ RESPECTIVAMENTE OS PLANOS xy, xz E yz DO $\mathbb{R}^3$. NESSE CASO, TEMOS QUE α É PERPENDICULAR A γ E β TAMBÉM É PERPENDICULAR A γ, MAS α E β NÃO SÃO PARALELOS, VISTO QUE α E β SÃO PERPENDICULARES

QUESTÃO 5



SEJA $y = ax + b$ A EQUAÇÃO DA RETA PQ. ASSIM, $a = \dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$. LOGO,

$y = \dfrac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} \cdot x + b$. SUBSTITUINDO AS COORDENADAS DE P, TEMOS:

$$y_P = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} \cdot x_P + b$$

$$b = \frac{y_P \cdot (x_Q - x_P) - x_P (y_Q - y_P)}{x_Q - x_P} = \frac{x_Q y_P - x_P y_Q}{x_Q - x_P}$$

$$y = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} \cdot x + \frac{x_Q y_P - x_P y_Q}{x_Q - x_P} \longrightarrow (y_Q - y_P)x + (x_P - x_Q)y + x_Q y_P - x_P y_Q = 0$$

A DISTÂNCIA d DO PONTO A À RETA PQ É DADA POR:

$$d = \frac{|(y_Q - y_P) \cdot x_A + (x_P - x_Q) y_A + x_Q y_P - x_P \cdot y_Q|}{\sqrt{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2}}$$

Folha 5

Setor Curricular

Nº 19229

O VETOR $\overrightarrow{AA'}$ TEM MÓDULO IGUAL A $2d$, OU SEJA,

$$\|\overrightarrow{AA'}\| = 2 . \frac{|(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P y_Q|}{\sqrt{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2}}$$ E $\overrightarrow{AA'}$ É

PARALELO AO VETOR $(y_Q - y_P, x_P - x_Q)$, CUJO VERSOR É O VETOR

$$\frac{1}{\sqrt{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2}} . (y_Q - y_P, x_P - x_Q).$$ ASSIM, O VETOR $\overrightarrow{A'A}$ É

$$2 . \frac{|(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P . y_Q|}{\sqrt{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2}} . \frac{1}{\sqrt{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2}} . (y_Q - y_P, x_P - x_Q)$$

$$= \frac{2 . |(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P y_Q|}{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2} . (y_Q - y_P, x_P - x_Q).$$

LOGO, $$\overrightarrow{AA'} = \frac{2 . |(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P y_Q|}{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2} . (y_P - y_Q, x_Q - x_P).$$

AS COORDENADAS DO PONTO A' SÃO AS COORDENADAS DO ~~VETOR~~ OA', SENDO O A ORIGEM DO PLANO CARTESIANO.

TEMOS QUE $\overrightarrow{OA'} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AA'}$. LOGO,

$$\overrightarrow{OA'} = (x_A, y_A) + \frac{2 . |(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P y_Q|}{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2} . (y_P - y_Q, x_Q - x_P)$$

$$= \left(x_A + \frac{2 . |(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P y_Q|}{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2} . (y_P - y_Q), y_A + \frac{2 . |(y_Q - y_P)x_A + (x_P - x_Q)y_A + x_Q y_P - x_P y_Q|}{(y_Q - y_P)^2 + (x_P - x_Q)^2} . (x_Q - x_P) \right)$$