UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	JOSÉ VALENTIM ROSÁRIO ROSA
Frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada ato cotidiano." Paulo Freire

Nº Identificador 19239

"Educar-se é impregnar de sentido cada momento da vida, cada cotidiano." Paulo Freire

Questão 1

Sendo B um subconjunto de A, onde $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$, e $x \in B$ implica em $2x \notin B$. A cardinalidade (#) máxima que B pode assumir é de 1989. Pois é preciso observar os elementos de A como dos subconjuntos os que tem quantidade ímpar de fatores 2 (I) e o de quantidade pares de fatores 2 (P). Desse modo, temos o conjunto P é composto de todos os ímpares, já que esses tem zero fatores 2 em sua decomposição, os múltiplos de 2^{10} que não são múltiplos de 2^{11}, os múltiplos de 2^8 que não são múltiplos de 2^9, e assim sucessivamente até os múltiplos de 2^2 que não são de 2^3, além dos ímpares, como já havia dito. E o conjunto I, composto pelos: múltiplos de 2^1 que não são múltiplos de 2^2, múltiplos de 2^3 que não são múltiplos de 2^4, ..., múltiplos de 2^9 que não são múltiplos de 2^{10} e o 2^{11} que tem apenas ele mesmo como múltiplo no conjunto A.

Calculando os múltiplos:

$2^{11} \to \underline{1}$

$2^{10} \to 2 = 1 + \underline{1}$

$2^9 \to 5 = 2 + \underline{3}$

$2^8 \to 11 = 5 + \underline{6}$

$2^7 \to 23 = 11 + \underline{12}$

$2^6 \to 46 = 23 + \underline{23}$

$2^5 \to 93 = 46 + 47$

$2^4 \to 187 = 93 + \underline{94}$

$2^3 \to 375 = 187 + \underline{188}$

$2^2 \to 750 = 375 + \underline{375}$

$2^1 \to 1500 = 750 + \underline{750}$

$2^0 \to 1500$

$\#(I) = 750 + 188 + 47 + 12 + 3 + 1 = 10$

$\#(P) = 1500 + 375 + 94 + 23 + 6 + 1 = 198$

Portanto a $\#(B)$ é 1989.

Setor Curricular MATEMÁTICA

Nº 19239

Questão 2

a) 1ª) De quantas maneiras distintas, de um conjunto de 10 pessoas, pode-se formar uma comissão de 5 delas?

2ª) $\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10\times9\times8\times7\times6\cancel{\times5!}}{5!\,\cancel{5!}} = \frac{\cancel{10}\times9\times\overset{4}{\cancel{8}}\times7\times\cancel{6}}{\cancel{5}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times1} = 252$

3ª) Supondo que tenhamos escolhido uma determinada pessoa e analisássemos por dois pontos de vista com a vaga dela garantida e sem essa pessoa no grupo, ao somar teremos o total de possibilidades que ~~estam~~ "em efeito" cercam essa pessoa.

Com a vaga temos: $\binom{9}{4} = \frac{9\times\cancel{8}\times7\times\overset{2}{\cancel{6}}\times\cancel{5!}}{\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times1\times\cancel{5!}} = 126$ possibilidades, pois reduzimos uma ~~pessoa~~ no universo e uma vaga a ser escolhida

Sem a pessoa temos: $\binom{9}{5} = \frac{9\times\cancel{8}\times7\times\overset{2}{\cancel{6}}\times\cancel{5!}}{\cancel{5!}\,\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}\times1} = 126$ possibilidades, pois reduzimos uma ~~pessoa~~ no universo e mantemos as vagas.

Logo: $\binom{9}{4} + \binom{9}{5} = 2\cdot126 = 252$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19239

Questão 2

b) Sendo válido $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, temos que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-2}{k-2} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} = \binom{n-2}{k-2} + 2\left[\binom{n-2}{k-1}\right] + \binom{n-2}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\left[\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}\right] + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-3}{k-3} + 3\left[\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}\right] + \binom{n-3}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\left[\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1}\right] + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$$

$\square$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: MATEMÁTICA

Nº 19239

Questão 2

c) Se analisarmos as seguintes propriedades das possibilidades de comissão de ~~4~~, "sem efeito" 5 pessoas num grupo de 10. Seja P_i a pessoa i, $\forall i \in \mathbb{N} \mid 1 \leq i \leq 10$,

Seja $J = \{1, 2, 3, 4\}$

Comissões em que Todos os 4 P_j pertencem temos: $\binom{4}{4}\binom{n-4}{k-4} = 1 \cdot \binom{6}{1} = \frac{6!}{1 \cdot 5!} = 6$

Comissões em que apenas 3 elementos de J participam, temos: $\binom{4}{3} \cdot \binom{n-4}{k-3} = 4 \cdot \binom{6}{2} = \frac{4 \cdot 6!}{2!\,4!} = \frac{4 \times \cancel{6}^{3} \times 5 \times \cancel{4}}{\cancel{2} \times \cancel{4}} = 60$

Em que apenas 2 elementos de J participem, temos: $\binom{4}{2} \cdot \binom{n-4}{k-2} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2!\,2!} \binom{6}{3} = 6 \cdot \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!\,3!} = 120$

Em que apenas 1 dos 4 elementos participe, temos: $\binom{4}{1} \cdot \binom{n-4}{k-1} = 4 \cdot \binom{6}{4} = \frac{4 \cdot 6!}{4!\,2!} = 60$

Em que nenhum dos 4 participem, temos: $\binom{4}{0} \cdot \binom{n-4}{k} = 1 \cdot \binom{6}{5} = \frac{6 \times 5!}{1!\,5!} = 6$

O que somados, $6 + 60 + 120 + 120 + 60 + 6 = 252$, que é o total de maneiras de se formar comissões de 5 em um universo de 10.

Questão 4

a) Falsa, pois as retas podem ser reversas.

b) Falsa, pois as retas podem ser reversas.

c) Falsa, pois as retas podem ser reversas.

d) Verdadeira.

e) Falsa, pois as retas podem ser perpendiculares.

f) Verdadeira.

g) Verdadeira.

h) Verdadeira.

i) Verdadeira.

j) Falsa, pois os planos podem ser perpendiculares.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19239

Questão 3 Demonstre que $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$

Por L'Hopital temos: $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{sen'(x)}{x'} = \lim_{x \to 0} \frac{cos(x)}{1} = \frac{1}{1} = 1$

~~$\lim_{g(x) \to 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0} \Rightarrow$ "sem efeito"~~

O que pode ser observado pelo círculo trigonométrico.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19239

Questão 5 Dados os pontos $P=(x_P, y_P)$ e $Q=(x_Q, y_Q)$. E $A=(x_A, y_A)$

Seja A' o simétrico ao ponto A, em relação à reta PQ.

1º) Dados dois pontos encontrar a equação da reta $r: a_r x + b_r y + c = 0$ que contem os pontos P e Q.

$y_P = a_r . x_P + b_r \therefore a_r x_P - y_P + b_r = 0$

$y_Q = a_r . x_Q + b_r$

$\ominus$

$y_P - y_Q = a_r . (x_P - x_Q) \therefore a_r = \frac{(y_P - y_Q)}{(x_P - x_Q)}$

$b_r = y_P - a_r x_P$ "sem efeito"

$b_r = y_P - \frac{(y_P - y_Q)}{(x_P - x_Q)} . x_P$

Logo r está em função de P e Q.

Como o A' está a mesma distância da reta r do que o ponto A, e essa distância pode ser calculada por $d_{A,r} = \frac{|a_r . x_A + b_r . y_A + c|}{\sqrt{a_r^2 + b_r^2}}$ e após calcular o outro ponto pertencente a reta s, reta essa que contem A e A' e intersecta a reta r, que está a mesma distância da reta r, as retas r e s são perpendiculares, portanto o coeficiente angular $s = \frac{b_r}{\ldots}$.

Folha 7