UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	VICTOR HUGO QUAGLIA DE ARAÚJO
Frase	"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes".

Nº Identificador 19252

" Não há saber mais ou saber menos: Há saberes diferentes."

$\boxed{1}$ $A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$. $|A| = 3000$

$A \supseteq B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid$ se $x \in B$ então $2x \notin B\}$ máx $|B| = ?$

Vejamos a seq. dos 100 primeiros números de um possível conjunto B; começando por 1.

$(1, 3, \boxed{4}, 5, 7, 9, 11, \boxed{12}, 13, 15, \boxed{16}, 17, 19, \boxed{20}, 21, 23, 25, 27, \boxed{28}, 29,$
$31, 33, 35, \boxed{36}, 37, 39, 41, 43, \boxed{44}, 45, 47, \boxed{48}, 49, 51, \boxed{52}, 53,$
$55, 57, 59, \boxed{60}, 61, 63, 65, 67, \boxed{68}, 69, 71, 73, 75, \boxed{76}, 77, 79, \boxed{80},$
$81, 83, \boxed{84}, 85, 87, 89, 91, \boxed{92}, 93, 95, 97, 99, \boxed{100})$

Começando por 1, todos os ímpares entrarão no conjunto, uma vez que eles são da forma $2k+1$. Sendo assim, $\frac{3000}{2} = 1500$. Basta então termos quantos números pares entrarão no conjunto B. Na seq. acima, percebemos que temos 16 nº pares a cada 50 pares. Sendo a razão expressa por $\frac{16}{50}$. Logo em 1500 pares, teremos

$\frac{16}{5\cancel{0}} \cdot 150\cancel{0} = 16 \cdot 30 = 480$ pares.

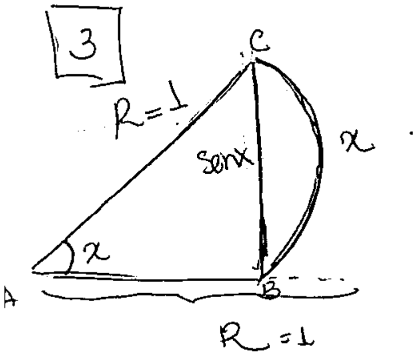
Sendo assim o máximo que a cardinalidade de B pode assumir é $1500 + 480 = 1980$.//

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: MATEMÁTICA

Nº 19252

3



Vejamos o Δ_{ABC} retirado do círculo trigonométrico de modo que $A=(0,0)$.

Consideremos $\frac{\text{sen} x}{x} = k$. e concluiremos $f(x) = \frac{\text{sen} x}{x}$. Ao tomarmos o $\lim_{x\to 0} f(x)$, estamos aproximando o tamanho de senx e x a valores muito pequenos o que torna $K=1$. e então $\lim_{x\to 0} f(x) = 1$.

Seja $\varepsilon > 0$, $\exists x_0 = \frac{\text{sen} x}{\varepsilon+1}$ tq:

$$\text{Se } x > x_0 \Leftrightarrow x > \frac{\text{sen} x}{\varepsilon+1} \Leftrightarrow x.(\varepsilon+1) > \text{sen} x$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon+1 > \frac{\text{sen} x}{x} \Leftrightarrow \varepsilon > \frac{\text{sen} x}{x} - 1$$

$$\Leftrightarrow \varepsilon > \left| \frac{\text{sen} x}{x} - 1 \right|$$

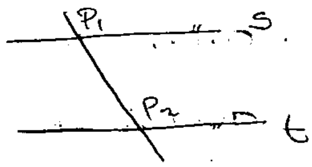
"Não há saber mais ou saber menos: há saberes diferentes".

4

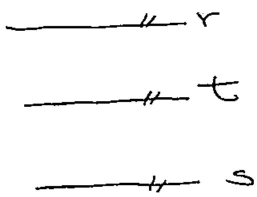
a) VERDADEIRO.

b) VERDADEIRO

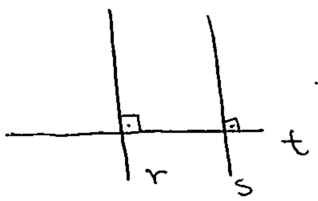
c) VERDADEIRO



d) VERDADEIRO



e) VERDADEIRO.



s//r

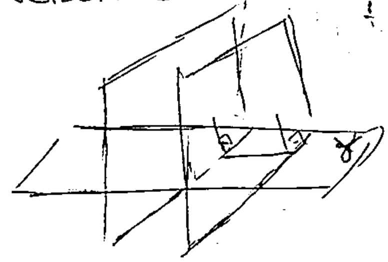
f) VERDADEIRO

g) VERDADEIRO

h) VERDADEIRO

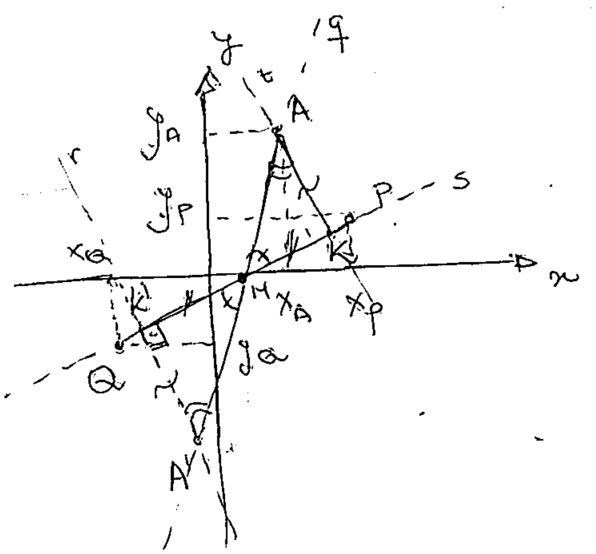
i) VERDADEIRO

j) VERDADEIRO.



5 $P=(x_P, y_P)$ $\quad A=(x_A, y_A)$

$Q=(x_Q, y_Q)$



Tomemos a eq. da reta PQ; na qual chamarei de s.

$$s:\ y=\left(\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}\right)\cdot x+q$$

$$y_Q=\left(\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}\right)\cdot x_Q+q \iff q=y_Q-\left(\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}\right)\cdot x_Q \quad //$$

Tomamos agora a reta perpendicular a $\overline{QP}$ passando por A. e chamaremos essa reta de t.

O coef. angular de t será: $m_t=-\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)$.

$$t:\ y=-\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)x+q'$$

$$y_A=-\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)\cdot x_A+q' \iff q'=y_A+\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)\cdot x_A$$

O ponto $K=s\cap t$:

$$\left(\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}\right)\cdot x_K+q=-\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)\cdot x_K+q'$$

$$\left[\left(\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}\right)+\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)\right]\cdot x=q'-q \rightarrow \boxed{x_K=\frac{q'-q}{\left(\frac{y_P-y_Q}{x_P-x_Q}\right)+\left(\frac{x_P-x_Q}{y_P-y_Q}\right)}}$$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular MATEMÁTICA	Nº 19252

$K = (x_K, y_K)$ onde $\boxed{y_K = \left(\frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q}\right) \cdot x_K + q}$

Para determinar A', ~~tracemos~~ o ponto K', tal que $\overline{KM} = \overline{K'M}$, onde M é o ponto médio de $\overline{PQ}$. onde $K' = (x_{K'}, y_{K'})$

$M = \left(\frac{x_P + x_Q}{2}, \frac{y_P + y_Q}{2}\right)$. ~~Temos~~ então:

$$D(K,M) = \sqrt{\left(x_K - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)\right)^2 + \left(y_K - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)\right)^2}$$

$$D(K',M) = \sqrt{\left(x_{K'} - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)\right)^2 + \left(y'_K - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)\right)^2}$$

$$D(K,M) = D(K',M) \iff \left(x_K - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)\right)^2 + \left(y_K - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)\right)^2 =$$

$$= \left(x_{K'} - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)\right)^2 + \left(y'_K - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)\right)^2 \iff$$

$$x_K^2 - 2x_K\left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right) + \cancel{\left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)^2} + y_K^2 - 2\left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right) \cdot y_K + \cancel{\left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)^2} = x_{K'}^2 - 2\left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right) \cdot x_{K'}$$

$$+ \cancel{\left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)^2} + y_{K'}^2 - 2y_{K'}\left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right) + \cancel{\left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)^2}$$

$$\iff x_K^2 - 2x_K\left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right) + y_K^2 - 2\left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right) \cdot y_K = x_{K'}^2 - 2\left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right) \cdot x'_K + y_K'^2 - 2y'_K \cdot \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right).$$

(*)

Para determinar K', precisamos de mais uma informação. Tomamos a reta q que ~~passa~~ passa por A e pelo ponto médio M. E, finalmente consideraremos a reta r que é perpendicular a $\overline{PQ}$ por K' e ~~passa~~ ~~pelo~~ encontra a reta q em um ponto A'. Desejamos A'.

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular
Matemática

Nº 19252

$$q_t: \; y = \left(\frac{y_A - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)}\right) \cdot x + q_t \quad \text{, onde } q_t \text{ é:}$$

$$y_A = \left(\frac{y_A - \left(\frac{y_P+y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P+x_Q}{2}\right)}\right) \cdot x_A + q_t \; \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \; q_t = y_A - \left(\frac{y_A - \left(\frac{y_P+y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P+x_Q}{2}\right)}\right) \cdot x_A$$

$$r: \; y = -\left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right) x + q_r \; . \; \Rightarrow \; y_{k'} = -\left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right) \cdot x_{k'} + q_r$$

$$\Leftrightarrow \; q_r = y_{k'} + \left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right) \cdot x_{k'}$$

$$r \cap q = A' . \; \Rightarrow \; \left(\frac{y_A - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)}\right) \cdot x_{A'} + q_t = -\left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right) \cdot x_{A'} + q_r$$

$$x_{A'} \left[\left(\frac{y_A - \left(\frac{y_P + y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P + x_Q}{2}\right)}\right) + \left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right)\right] = q_r - q_t$$

$$x_{A'} = \frac{q_r - q_t}{\left[\frac{y_A - \left(\frac{y_P+y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P+x_Q}{2}\right)}\right) + \left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right)} \quad \text{e} \quad y_{A'} = -\left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right) \cdot x_{A'} + q_r .$$

. Para finalizar precisamos de $K'(x_{k'}, y_{k'})$ até então desconhecido.
Como A e A' são simétricos por M, podemos tomar um ~~[illegible]~~ $n = |x_k - x_m|$ tal que $x_m + n = x_k$ e portanto $x_m - n = x_{k'}$.
Com isso, voltando a (*) conseguimos obter $y_{k'}$. Sendo assim,

$$A' = \left(\frac{q_r - q_t}{\left(\frac{y_A - \left(\frac{y_P+y_Q}{2}\right)}{x_A - \left(\frac{x_P+x_Q}{2}\right)}\right) \ldots} \; , \; -\left(\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q}\right) \cdot x_{A'} + q_r\right) ///$$

Folha 6