UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	LETICIA PEREIRA DE MATOS
Frase	"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire

Nº Identificador 19255

"Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda." Paulo Freire.

Questão 1: Informações - B é um subconjunto de A

$A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$ $\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \ldots\}$

$x \in B$ implica que $2x \in B \Rightarrow$ Se $x \in B$ então $2x \notin B$

$p: x \in B$
$q: 2x \notin B$

p	q	$\sim q$	$p \to \sim q$
V	V	F	F
V	F	V	V
F	V	F	V
F	F	V	V

Vamos admitir que todos os números ~~primos~~ ímpares menores que 3000 pertencem ao conjunto B. Vamos observar o que ocorre com os demais números.

Se $1 \in B$, então $2 \notin B$
Se $3 \in B$, então $6 \notin B$
Se $5 \in B$, então $10 \notin B$
Se $7 \in B$, então $14 \notin B$
⋮
Se $1499 \in B$, então $2998 \notin B$

Podemos perceber que o dobro dos números ímpares formam um progressão aritmética em que o 1º termo é $a_1 = 2$, a razão é $r = 4$ e o último termo é $a_n = 2998$. Vamos determinar a quantidade de termos dessa progressão.

$a_n = a_1 + (n-1)r$
$2998 = 2 + (n-1) \cdot 4$
$2998 - 2 = 4n - 4$
$2996 + 4 = 4n$
$3000 = 4n$
$n = 750$

Logo temos 750 números que não pertecem ao conjunto B. Fazendo $3000 - 750 = 2250$, sabemos que a cardinalidade do conjunto B é menor ou igual a 2250.

A cardinalidade do conjunto B é menor que 2250 pois existem alguns números pares que fazem parte de B e o seu o dobro não pertecem que não foram retirados. Por exemplo, o número $4 \in B$, pois, apesar de ser $2 \cdot 2$, o $2 \notin B$, então o $8 \notin B$. Temos

Se $4 \in B$, então $8 \notin B$
Se $12 \in B$, então $24 \notin B$
Se $20 \in B$, então $40 \notin B$
Se $28 \in B$, então $56 \notin B$
⋮
Se $1500 \in B$, então $3000 \notin B$

Podemos perbeber que temos também uma progressão aritmética em que o 1º termo é $a_1 = 8$, a razão é 16 e o último termo é $a_n = 3000$. Vamos determinar a quantidade de termos dessa progressão:

$a_n = a_1 + (n-1)r$
$3000 = 8 + (n-1)16 \Rightarrow 3000 - 8 = -16 + 16n \Rightarrow$
$\Rightarrow 3000 - 8 + 16 = 16n \Rightarrow 3008 = 16n \Rightarrow n = 188$

A cardinalidade de B é menor ou igual a $2250 - 188 = 2062$. Mas sabemos que a menor, pois precisamos considerar que o $16 \in B$ e o $32 \notin B$, por exemplo, e assim por diante usando o dobro dos números anteriores. Teremos novamente uma progressão aritmética cuja razão será 64. E novamente, seguindo o mesmo esquema, teremos uma progressão aritmética que a razão será 256.

Questão 4: Informações - r, s e t são três retas distintas
α, β e γ são três planos distintos

(a) Se r e s não se cortam, então elas são paralelas.
Resposta: Essa afirmação é falsa, pois as retas r e s podem ser reversas. Para que essa afirmação fosse verdadeira as retas precisam estar contidas no mesmo plano. Como não foi dito se r e s estão ou não no mesmo plano, não podemos afirmar que são paralelas.

(b) Se r e s não são paralelas, então elas se intersectam.
Resposta: Essa afirmação é falsa, pois as retas r e s podem ser reversas. Para que essa afirmação fosse verdadeira as retas precisam estar contidas no mesmo plano. Como não foi dito se as retas r e s estão ou não no mesmo plano, não podemos afirmar que elas se intersectam.

(c) Se r corta s e s é paralela a t, então r corta t
Resposta: Essa afirmação é verdadeira.

(d) Se r é paralela a t e s também é paralela a t, então r e s são paralelas
Resposta: Essa afirmação é verdadeira.

(e) Se r é perpendicular a t e s também é perpendicular a t, então r e s são paralelas
Resposta: Essa afirmação é verdadeira

(f) Se α e β não se cortam, então eles são paralelos
Resposta: Essa afirmação é verdadeira

(g) Se α corta β e γ é paralelo a β, então α corta γ
Resposta: Essa afirmação é verdadeira

h) Resposta: Essa afirmação é verdadeira

i) Resposta: Essa afirmação é verdadeira

(j) Resposta: Essa afirmação é verdadeira

Questão 3: Para demonstrar que $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$ vamos utilizar a regra de L'Hopital. Seja $f(x) = sen(x)$ e $g(x) = x$

Podemos usar essa regra, pois a derivida da função $f(x)$ no ponto $x = 0$ existe. Assim como a derivada da função $g(x)$ no ponto $x = 0$. também existe.

Essa regra, diz que dado $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$, em que $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x_0)}{g(x_0)}$ seja um limite indeterminado, podemos ~~~~ retirar a indeterminação ~~~~ e calcular o limite fazendo $\lim_{x \to x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

Temos que $f(x) = sen(x)$, então $f'(x) = cos(x)$

E que $g(x) = x$, então $g'(x) = 1$. Assim

$$\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{cos(x)}{1} = \lim_{x \to 0} \frac{cos(0)}{1} = \lim_{x \to 0} 1 = 1$$

Logo $\lim_{x \to 0} \frac{sen(x)}{x} = 1$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: MATEMÁTICA

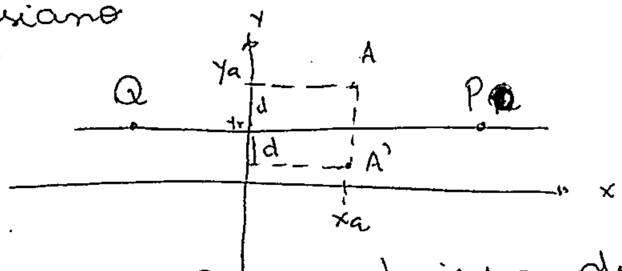
Nº 19255

Questão 5: Informações $P=(x_p, y_p)$; $Q=(x_q, y_q)$
$A=(x_a, y_a)$

Se o ponto A pertencer a reta PQ então o ponto A' será igual ao ponto A. Então $A' = A = (x_a, y_a)$

Porém se A é um ponto fora da reta PQ então devemos ~~determinar a distância do ponto A a reta PQ primeiro~~ (SEM EFEITO) analisar alguns casos.

Caso 1: A reta PQ é paralela ao eixo Ox do sistema cartesiano



d - distância entre a ordenada y_a e y_r, ordenada do ponto de interseção da reta PQ com eixo Oy

Nesse caso a abcissa do ponto A' será a mesma do ponto A. Já a ordenada será $y_{a'} = y_r - d$. $A' = (x_a, y_r - d)$ se for um ponto do 1º quadrante. Análogo para os demais quadrantes.

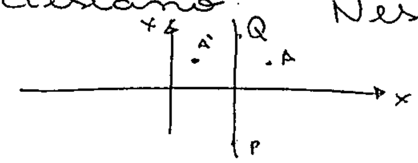
Caso 2: A reta PQ coincide com o eixo Ox do sistema cartesiano.

Nessa caso a abcissa do A' será a mesma do ponto A. E a ordenada terão sinais opostos. $A' = (x_a, -y_a)$ caso A' seja um ponto no quarto quadrante.

Caso 3: A reta PQ coincide com o eixo Oy do sistema cartesiano

Nesse caso a ordenada do ponto A' será igual a ordenada do ponto A. E abcissa terá o sinal oposto. Assim $A' = (-x_a, y_a)$, em que A' é um ponto do 2º quadrante

Caso 4: A reta PQ é paralela ao eixo Oy do sistema cartesiano



Nesse caso a ordenada do Ponto A' será igual a ordenada do Ponto A. E a abcissa será $x_a = x_r + d$

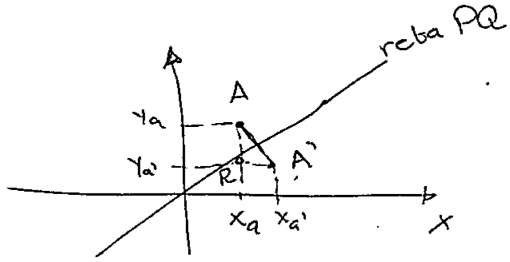
$A' = (x_r + d, y_a)$

d - a distância dentre a abcissa x_a e x_r, abcissa do ponto de interseção da reta PQ com eixo Ox

Folha 4

Questão 5 - Continuação

Caso 5: A reta PQ não é paralela aos eixo Oy nem Ox do sistema cartesiano. Nesse caso reta PQ será a mediatriz do segmento AA'



Seja um ponto R da reta PQ a distância d de A' ate R e de A até R é a mesma

$A' = (x_a + d, y_a + d)$

Questão 2. (a)

Enunciação do problema: Utilize combinação para fazer a expansão do desenvolvimento de $(n-k)^p$ em que $p = 1$

Resolução do problema utilizando um lado: $\binom{n}{k}$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!} = \frac{n(n-1)!}{(n-k)!}$$

Resolução do problema utilizando o outro membro:

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(n-1-(k-1))!} + \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!}$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)!} + \frac{(n-1)!}{(n-1-k)!} = \frac{(n-1)!}{(n-k)(n-k-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!}$$

$$= \frac{(n-1)! + (n-k)(n-1)!}{(n-k)(n-k-1)!} = \frac{(n-1)!(n-k+1)}{(n-k)!} = \frac{n(n-1)}{(n-k)!}$$

(b)

$$\binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =$$

$$\frac{(n-4)!}{(n-4-(k-4))!} + \frac{4(n-4)!}{(n-4-(k-3))!} + \frac{6(n-4)!}{(n-4-(k-2))!} + \frac{4(n-4)!}{(n-4-(k-1))!} + \frac{(n-4)!}{(n-4-k)!} =$$

$$\frac{(n-4)!}{(n-k)!} + \frac{4(n-4)!}{(n-k-1)!} + \frac{6(n-4)!}{(n-k-2)!} + \frac{4(n-4)!}{(n-k-3)!} + \frac{(n-4)!}{(n-k-4)!}$$

$$\frac{(n-4)!}{(n-k)(n-k-1)(n-k-2)(n-k-3)(n-k-4)!} + \frac{4(n-4)!}{(n-k-1)(n-k-2)(n-k-3)(n-k-4)!} + \frac{6(n-4)!}{(n-k-2)(n-k-3)(n-k-}$$

$$+ \frac{4(n-4)!}{(n-k-3)(n-k-4)!} + \frac{(n-4)!}{(n-k-4)!} =$$

$$\frac{(n-4)! + 4(n-4)!(n-k) + 6(n-4)!(n-k)(n-k-1) + 4(n-4)!(n-k)(n-k-1)}{(n-k)(n-k-1)(n-k-2)(n-k-3)(n-k-4)!}$$

$$\underline{(n-k-2) + (n-4)!(n-k)(n-k-1)(n-k-2)(n-k-3)} =$$

$$\frac{(n-4)![4(n-k) + 6(n-k)(n-k-1) + 1 + 4(n-k)(n-k-1)(n-k-2) + (n-k)(n-k-1)}{(n-k)!}$$

$$\underline{(n-k-2)(n-k-3)} = \frac{(n-4)!}{(n-k)!} = (n-k)^4$$