UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor: MATEMÁTICA

Candidato: LAYS LAYANE CARDOSO JUNQUEIRA

Frase: "Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Reescreva a frase: "Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Nº Identificador: 19275

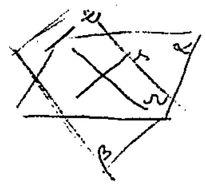
" Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação - reflexão." Paulo Freire.

QUESTÃO 4

(a) FALSA. Elas podem ser ortogonais.

(b) FALSA. Retas ortogonais não são paralelas e não se intersectam.

(c) FALSA. Se r é perpendicular a s (logo se cortam) e s é paralela a t, temos que r corta t se as três retas pertencerem ao mesmo plano. Porém, podemos ter t em um plano distinto de ~~r~~ r de forma a termos t ortogonal a r



$t, s \in \beta$
$s, r \in \alpha$

(d) VERDADEIRA

(e) FALSA. Suponha que $r, t \in \alpha$ e r perpendicular a t.
Considere β um plano tal que $\alpha \cap \beta = t$.
Seja $s \in \beta$ tal que s é perpendicular a t.
Desta forma ~~~~ $r \perp t$, $s \perp t$ mas r não é paralela a s.

(f) VERDADEIRA

(g) VERDADEIRA

(h) VERDADEIRA

(i) VERDADEIRA

(j) FALSA. Suponha $\alpha \cap \gamma = s$ e $\beta \cap \gamma = r$, $r, s \in \gamma$.
Se $r // s$, então $\alpha // \beta$. Porém se r não for paralelo a s, então existe um ponto $A = r \cap s$, logo $\alpha \cap \beta \neq \emptyset$.

QUESTÃO 1

$B \subset A = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000\}$ $\quad x \in B \Rightarrow 2x \notin B$.

Considere $I = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 3000$ e $x = 2k+1\}$ para $k \in \mathbb{N}$.
Como nenhum valor de I é da forma $2k$, I pode estar completamente contido em B.

$I = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots, 2999\}$ $\quad \# I = 1500$

$2 \times I$ não pertence a B

$2I = \{2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, \dots, 1498\} \subset A$

Como $2 \times I$ não pertence a B, então $2 \times 2 \times I$ pode pertencer $(4 \times I)$

$4 \times I = \{4, 12, 20, 28, 36, 44, 52, \dots, 748\} \subset A$ $\quad \# 4 \times I = 187$

Como $4 \times I$ pode pertencer, $2 \times 4I = 8 \times I$ não pertence, mas $4 \times 4 \times I$ pode pertencer.

$\# 16 \times I = 11$

Pois $3000 \div 16 \simeq 187$, logo o último número do conj é 176.
$176 \div 16 =$

$\# 64 \times I = 0$

Logo o nº máximo de elementos do conj B é

$1500 + 187 + 11 = \underline{\underline{1698}}$

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ
Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.

Setor Curricular: MATEMÁTICA

Nº 19275

QUESTÃO 3

~~$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta = \frac{1}{\varepsilon}$ tal que se $0 < |x - 0| < \delta = \frac{1}{\varepsilon}$ então $\left| \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \right| < \varepsilon$~~

~~temos que $-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1 \Rightarrow \frac{-1}{x} \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} \leq \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{-1}{x} - 1 \leq \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \leq \frac{1}{x} - 1$~~

~~$\Rightarrow 0 \leq \left| \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \right| \leq \left| \frac{1}{x} - 1 \right| \Rightarrow \left| \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \right| \leq \left| \frac{1 - x}{x} \right|$~~

~~$\Rightarrow \left| \frac{\operatorname{sen} x - 1}{x} \right| \leq \left| \frac{1 - x}{x} \right| \Rightarrow |$~~

Sem efeito

Queremos provar que:

$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que se $0 < |x - 0| < \delta$ então $\left| \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \right| < \varepsilon$ (ou melhor)

$\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que se $0 < |x| < \delta$ então $\left| \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \right| < \varepsilon$

Temos que, para x próximo de zero

$-1 \leq \operatorname{sen} x \leq 1 \Rightarrow -1 - x \leq \operatorname{sen} x - x \leq 1 - x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq |\operatorname{sen} x - x| \leq 1$

$\Rightarrow \left| \frac{\operatorname{sen} x - x}{x} \right| \leq \left| \frac{1}{x} \right| \Rightarrow \left| \frac{\operatorname{sen} x}{x} - 1 \right| \leq \left| \frac{1}{x} \right| \leq \frac{1}{\delta}$, pois $|x| \leq \delta$

tomando $\varepsilon = \frac{1}{\delta}$ temos que $\boxed{\delta = \frac{1}{\varepsilon}}$.

QUESTÃO 2

a) ~~[illegible]~~ (sem efeito)

b) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$

$= \binom{n-2}{k-2} + \boxed{\binom{n-2}{k-1}} + \boxed{\binom{n-2}{k-1}} + \boxed{\binom{n-2}{k}}$

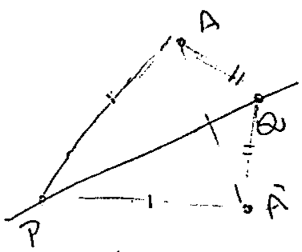
$= \binom{n-3}{k-3} + \binom{n-3}{k-2} + 2\left[\binom{n-3}{k-2} + \binom{n-3}{k-1}\right] + \binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k}$

$= \binom{n-4}{k-4} + \binom{n-4}{k-3} + 3\left[\binom{n-4}{k-3} + \binom{n-4}{k-2}\right] + 3\left[\binom{n-4}{k-2} + \binom{n-4}{k-1}\right] + \binom{n-4}{k-1} + \binom{n}{k}$

$= \binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k}$

c) —

QUESTÃO 5



$A' = (x, y)$

$d(P,A)^2 = d(P,A')^2$

$(x_p - x_a)^2 + (y_p - y_a)^2 = (x_p - x)^2 + (y_p - y)^2$

$-2x_p x_a + x_a^2 - 2y_p y_a + y_a^2 = -2x x_p + x^2 - 2y y_p + y^2$

SUBTRAIR

$d(Q,A)^2 = d(Q,A')^2$

$-2x_q x_a + x_a^2 - 2y_q y_a + y_a^2 = -2x x_q + x^2 - 2y y_q + y^2$

$\Rightarrow \; 2x_a(x_q - x_p) + 2y_a(y_q - y_p) = 2x(x_q - x_p) + 2y(y_q - y_q)$

$\cancel{2}(x_a - x)(x_q - x_p) = \cancel{2}(y_a - y_a)(y_q - y_p)$