UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CENTRO DE FILOSOFIA E CIÊNCIAS HUMANAS
COLÉGIO DE APLICAÇÃO

Concurso Público para provimento de vagas em cargos efetivos da Carreira de Magistério do Ensino Básico, Técnico e Tecnológico

Edital Nº 1065, de 26 de dezembro de 2018

PROVA DE CONTEÚDO ESPECÍFICO

Setor	MATEMÁTICA
Candidato	DIEGO CARROZZINO AMARAL CORDEIRO
Frase	"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire
Reescreva a frase	"Não é no silêncio que os homens se fazem, mas na palavra, no trabalho, na ação-reflexão." Paulo Freire

Nº Identificador 19293

Concurso Público EBTT CAp-UFRJ Edital nº 1065, de 26 de dezembro de 2018.	Setor Curricular Matemática	Nº 19293

1) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \ldots, 3000\}$.

$n(A) = 3000$ pois são todos os números naturais de 1 até 3000.

Como $x \in B$ implica em $2x \notin B$, temos que

$B = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 15, 16, \ldots, 2999\}$.

Como todos os números ímpares maiores ou iguais a 1 e menores ou iguais a 2999 pertencem ao conjunto B, temos que o valor máximo que a cardinalidade de de B pode assumir é 2999. Não pode ser 3000 pois $375 \in B$ e isso implica que $750 \notin B$. Com isso, podemos afirmar que $1500 \in B$ e, portanto, temos que $3000 \notin B$.

Resposta: Valor máximo que a cardinalidade de B pode assumir é 2999.

2) a) Sejam $n \in \mathbb{N}$ e $k \in \mathbb{N}$. Vamos provar que

1ª etapa) $\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$, "sem efeito" ~~conhecido como~~

sendo $\binom{n}{k} = \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!}$.

2) 2ª etapa ($\Longrightarrow$) "sem efeito" "sem efeito"

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \frac{(n-1)!\,n}{(n-k)(n-k-1)!\,k\cdot(k-1)!} = \frac{(n-1)!\,(k+n-k)}{(n-k)(n-k-1)!\,k(k-}$$

$$= \frac{(n-1)!\,k + (n-1)!\,(n-k)}{(n-k)(n-k-1)!\,k\cdot(k-1)!} = \frac{(n-1)!\,k}{(n-k)(n-k-1)!\,k(k-1)!} + \frac{(n-1)!\,(n-k)}{(n-k)(n-k-1)!\,k\cdot(k-1)!}$$

"sem efeito"

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)\cdot(n-k-1)!\,(k-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!\,k\,(k-1)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!}{(n-k)!\,(k-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!\,k!} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}.$$

($\Longleftarrow$) 3ª etapa

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \frac{(n-1)!}{(n-k)!\,(k-1)!} + \frac{(n-1)!}{(n-k-1)!\,k!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\cdot k}{(n-k)(n-k-1)!\,(k-1)!\,k} + \frac{(n-1)!\,(n-k)}{(n-k-1)!\,k(k-1)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,k}{(n-k)(n-k-1)!\,(k-1)!\,k} + \frac{(n-1)!\,(n-k)}{(n-k)(n-k-1)!\,k\,(k-1)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,k + (n-1)!\,(n-k)}{(n-k)\,k\,(n-k-1)!\,(k-1)!} = \frac{(n-1)!\,(\cancel{k}+n-\cancel{k})}{(n-k)\,k\,(n-k-1)!\,(k-1)!} =$$

$$= \frac{(n-1)!\,n}{(n-k)(n-k-1)!\,k(k-1)!} = \frac{n!}{(n-k)!\,k!} = \binom{n}{k}.$$

)

b) $\binom{n-4}{k-4} + 4\binom{n-4}{k-3} + 6\binom{n-4}{k-2} + 4\binom{n-4}{k-1} + \binom{n-4}{k} =$

$= \binom{n-3}{k-3} + 3\binom{n-3}{k-2} + 3\binom{n-3}{k-1} + \binom{n-3}{k} =$

$= \binom{n-2}{k-2} + 2\binom{n-2}{k-1} + \binom{n-2}{k} =$

$= \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$. //

c) $\binom{n}{k} = \binom{a}{0}\binom{n-a}{k-a} + \binom{a}{1}\binom{n-a}{k-a+1} + \binom{a}{2}\binom{n-a}{n-a+2} + \dots +$

$+ \binom{a}{1}\binom{n-a}{k-1} + \binom{n-a}{k}$, para todo $a \in \mathbb{N}$.

4) a) Verdadeira.

b) Falsa pois se as retas forem reversas elas não são paralelas e não possuem ponto em comum.

c) Falsa pois r e t não necessariamente estarão num mesmo plano, apresentando um ponto em comum.

d) Verdadeira.

e) Verdadeira.

f) Verdadeira.

g) Verdadeira.

h) Verdadeira.

i) Verdadeira.

j) Verdadeira.

5) Equação da reta PQ: $y = \frac{y_P - y_Q}{x_P - x_Q} \cdot x + \frac{x_P y_Q - x_Q y_P}{x_P - x_Q}$.

Como a reta que passa pelos pontos A e A' é perpendicular à reta $\overline{PQ}$, temos que:

$$\overleftrightarrow{AA'} \Rightarrow y = -\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q} \cdot x + b$$

Passando pelo ponto $A = (x_A, y_A)$, obtemos:

$$y_A = -\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q} \cdot x_A + b$$

$$b = y_A + \frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q} \cdot x_A$$

Equação da reta que passa pelos pontos A e A':

$$y = -\frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q} \cdot x + y_A + \frac{x_P - x_Q}{y_P - y_Q} \cdot x_A$$

"Sem efeito"
~~O ponto A está a mesma~~

O ponto de interseção das duas retas mencionadas acima está a mesma distância de A e A'.

Setor Curricular: Matemática

Nº 19293

3) Pela regra de L'Hospital, temos que:

$$\lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{(\operatorname{sen} x)'}{x'} = \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} =$$

$$\frac{\cos 0}{1} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$